SISTEMA NATURAL DE LA MÚSICA

SISTEMA NATURAL DE LA MÚSICA

por

AUGUSTO NOVARO

MÉXICO, D. F.

1951

PROPIEDAD REGISTRADA

SEXTA EDICIÓN

IMPRESO EN MÉXICO

PREFACIO

Cuanto más avanzaba en el mundo de la música, iba siendo mayor la confusión que se apoderaba de mi mente; habían pasado por mis manos libros que se referían a épocas fabulosas, que trataban de su base científica, de su parte artística, y todos ellos no habían hecho más que llenarme de incertidumbre.

Suponía yo que la música era un arte-ciencia cuyas leyes debían tener grande solidez, y no esperaba encontrarme en un mar de discusiones de las que tan pocos resultados prácticos obtenía: éstos afirman haberse adueñado de la verdad, pero se cuidan de revelarla; aquéllos dicen que el arte es arte y que nada tiene que ver con la ciencia; otros insisten en que sin la ciencia no hay arte.

Cansado de hurgar dejé en suspenso esa búsqueda musical. Consideraba terminado para mí el asunto; había empezado estos estudios en 1909 y estábamos ya en el año de 1918.

Poco después de formular tal propósito, de cerrar todos mis libros y tratar de olvidar la diversidad de opiniones, empecé a reflexionar sobre los problemas musicales, tratando de resolverlos; al efecto, empecé como si tuviera que organizar la música desde su base.

En forma sencilla voy a narrar ahora sucintamente algunos años de labor, esperando que esto explicará cómo ha ido formándose este libro.

Mi primera reflexión fué que una vez precisado un sonido, debía buscar otro que formara con el anterior la más importante relación musical. No encontrando intervalo cuya trascendencia en música fuera tan manifiesta como el denominado octava, consideré esta relación como la primera.

Después de la octava, pensé que el sonido inmediato, dentro de este intervalo, sería aquel que dividiere dicha relación en dos intervalos iguales para el oído.

Siguiendo el mismo procedimiento, supuse que lo indicado sería dividir por mitades la mitad obtenida; llegando en esta forma a obtener dos, cuatro, ocho y dieciséis sonidos iguales entre sí en la octava.

Establecida esta teoría, me dediqué a la construcción de instrumentos musicales para oír los intervalos. Detallar aquí las dificultades vencidas es cosa que considero inútil; quienes se hayan dedicado a realizar en la práctica una idea, saben cuántos obstáculos hay que vencer.

Alrededor de un año después terminaba la adaptación de un piano con un nuevo teclado con dieciséis sonidos en la octava, pudiéndose tocar en él cuatro octavas. Estaba entusiasmado. Tenía algunas semanas haciendo música con nuevos sonidos, cuando me formulé las consideraciones siguientes:

Has hecho un sistema musical con 16 sonidos. ¿Qué pensarías si alguien te mostrare un sistema de 18? y, platicando con él, llegare otra persona, diciendo: "Están ustedes equivocados, lo mejor es mi sistema de 15 sonidos". ¿Cómo demostrarías que era a ti a quien asistía la razón?

Además, has afinado por medio del oído. Quiero suponer que puedas hacerlo; pero ¿cómo compruebas que está bien lo que haces? ¿Es ley lo que oyes?

Formaste una sucesión de 16 sonidos en la octava. Siguiendo tus mismas deducciones se pueden obtener 32, 64, 128, etc., y un sonido que no estuviere dentro de esta serie, ¿a cuál pertenecería? ¿No te parece más razonable pensar que en la infinita armonía no debe haber sonidos aislados?

Consideras que la división de la octava en dos intervalos iguales al oído es la indicada, y este intervalo es el que menos estás usando; en esto te contradices, pues si es la segunda relación en importancia musical no deberías excluirla.

Fueron tantas las objeciones que me hice que se apoderó de mí un gran desaliento; tuve varios días de incertidumbre, pero había adquirido la experiencia de cuán fácilmente se engaña uno a sí mismo. Yo creía que con mis 16 sonidos había hecho una maravilla y mis propias reflexiones la destruían.

En cierta forma el fracaso es siempre útil. Había apreciado que ciertos acordes me eran agradables; pero cuando sentía la necesidad de algún intervalo y no lo encontraba, lo atribuía, no

a la pobreza armónica de mi sistema, sino a lo viciado que estaba con la antigua música. ¡Naturalmente! Tenía primero que acostumbrarme, era mi exclamación.

El resumen de mi experiencia musical con los 16 sonidos, es que se puede hacer cierta clase de música, algo vaga, tranquila, con un tinte religioso; pero después de la octava, no se tiene ninguno de los primeros intervalos en música.

Convencido de que no era posible cimentar nada sólidamente a base del oído, comenzaron mis trabajos prácticos a ir de acuerdo con mis cálculos matemáticos, que en principio no pueden ser más sencillos.

La misma reflexión primera volvió a orientarme, únicamente que en esta vez me dije: si obtengo un sonido, es decir, una unidad en vibraciones, ¿cuál será el otro sonido que guarde con el anterior la más sencilla relación? Considerando que éste sería el resultado de sumar a la unidad su mismo valor, obtuve el intervalo 2/1, generalmente conocido como octava.

Obtenida esta relación, pensé que debía dividir por la mitad el número de vibraciones existente entre 1 y 2, obteniendo 1, 1.5, 2.

Con igual lógica dividí por la mitad las mitades obtenidas, 1, 1.25, 1.5 y 1.5, 1.75, 2. Siguiendo este razonamiento llegué a formar una serie de 16 sonidos dentro de la relación 2/1.

Se notará que procedí con la misma idea del principio, con la diferencia de que entonces formé una serie geométrica y ahora la formaba aritmética. Los valores adquiridos, en relación con el fundamental y respectivo orden de altura, eran los siguientes: 17/16, 9/8, 19/16, 5/4, 21/16, 11/8, 23/16, 3/2, 25/16, 13/8, 27/16, 7/4, 29/16, 15/8, 31/16, 2/1.

Los instrumentos que me sirvieron en el primer experimento me eran útiles para el segundo, no necesitaba más que cambiar la afinación. Disponiendo en mi piano de cuatro octavas sucesivas, podía apreciar no tan sólo los 16 sonidos, sino una serie que empezando 1, 2, 3, 4, 5, etc., continuaba hasta 32.

Mi primer problema era ahora precisar la afinación. No podía valerme del oído, como anteriormente lo había hecho, pues una progresión aritmética no se afina con la misma facilidad de una progresión geométrica; además, estaba convencido de que era necesario un principio de afinación más exacto.

Tenía para elegir tres medios principales: cuerdas, flautas o electricidad. Preferí el primero. Después de corta experimentación, pude apreciar que en las flautas son más los problemas que hay que resolver antes de obtener la precisión deseada; igual convencimiento tuve al usar la electricidad.

Después de algún tiempo, como resultado de una serie de experimentaciones, tenía ya una caja acústica con las divisiones de las cuerdas bastante exactas.

Estaba lleno de ilusiones. Ahora sí voy a trabajar en un camino seguro, pensaba entonces, obtendré los armónicos: un sonido, de acuerdo con el concepto generalmente aceptado, produce estos armónicos en el orden 1, 2, 3, 4, 5, etc.; en consecuencia, es natural que ésta sea la base de la música, toda vez que el mismo sonido nos indica cuáles son sus inmediatas relaciones.

Como puede apreciarse, mi reflexión original para obtener la serie aritmética de 16 sonidos en la octava, fué diferente, pero los resultados que obtenía eran que había llegado a formar la serie de los armónicos.

Afiné el piano y los nuevos instrumentos que había construído. El procedimiento empleado consistía en poner al unísono las dos cuerdas de mi sonómetro a una altura determinada por un diapasón. Iba corriendo después un puente movible que mecánicamente se ajustaba en el lugar que debía dividir la cuerda. A continuación copiaba el sonido dado en mi sonómetro, ya fuere en el piano o en alguna caja acústica.

No obstante que este procedimiento tenía que evolucionar todavía por algunos años más para obtener una perfección, hasta donde humanamente es posible, en estos primeros ensayos se había dado un paso amplísimo, toda vez que el oído no era el que fijaba el intervalo.

La afinación fué un éxito: mis instrumentos adquirieron grande musicalidad.

Haré notar que el piano acondicionado para obtener los 16 sonidos en la octava era reproductor, y que había adquirido una máquina para perforar rollos; de esta facilidad obtuve gran provecho, pues disponía de la técnica necesaria en movimientos de cierta rapidez sin haber practicado con anterioridad

el nuevo teclado, permitiéndome hacer variados estudios que me habría sido imposible realizar usando únicamente los dedos.

Después de algunos meses de estudio en este nuevo campo mi entusiasmo fué decreciendo. Había podido combinar determinados acordes, no obstante las dificultades que presenta hacer música con una serie aritmética; dificultades que no debía tomar en cuenta, pensaba, si la belleza obtenida iba en proporción con los obstáculos que había que vencer para llegar a ella.

Desgraciadamente los resultados no lo justificaban. Trabajando con una progresión aritmética era natural que no podía empezar la misma serie teniendo como punto de partida cualquier sonido. Suponiendo que se pudiere construir un instrumento musical que proporcionare esta facilidad, ¿se justificaría con esto que dicha serie era la base de la música?

Las reflexiones que me hice fueron las siguientes: si 1 es fundamental, y éste automáticamente produce la serie 2, 3, 4, 5, etc., lógico es suponer que los intervalos que se obtengan de estos armónicos, en relación con el fundamental, sean los primeros en música. De este raciocinio se obtienen el 2/1, 3/1, 4/1, 5/1, 6/1, 7/1, etc.

Si de los armónicos en relación con la unidad se obtuvieron los intervalos abiertos, los más cerrados de la octava los obtendría considerando los que producen entre sí, ordenadamente, dichos armónicos: 3/2, 4/3, 5/4, 6/5, 7/6, 8/7, etc.

No obteniendo en ninguna de las dos formas los intervalos que tan indispensables son en música, por ejemplo, el 5/3, el 8/5, etc., para lograrlo recurrí a combinaciones de armónicos; es decir, el 5/3 representaría la combinación del 5º con el 3º armónico; el 7/4, la combinación del 7º con el 4º, etc.

Creía estar satisfecho respecto a la parte teórica, cuando me hice las siguientes consideraciones: los intervalos abiertos obtenidos, es indudable que son de importancia musical, pero sin duda es también evidente que no representan los primeros intervalos necesarios en música. Respecto a los intervalos más cerrados de la octava, de ese ordenamiento solamente las primeras relaciones tienen cierto orden musical, estando fuera de toda duda que antes de los intervalos 7/6 o el 8/7, se necesitan en música las relaciones 5/3, 8/5 y 7/4. Para obtener estos intervalos fué necesario recurrir a combinar armónicos.

Y reflexioné entonces: en el primer caso es lógica la forma en que obtuve los intervalos abiertos, aunque sus resultados musicales no fueran los que esperaba. Respecto al procedimiento para obtener los intervalos más cerrados de la octava, su defensa es débil, ya no nacen por sí en relación con el fundamental. En lo que se refiere a la combinación de armónicos, sólo puede considerarse como una fantasía, dentro de la cual todos tendríamos derecho a combinar armónicos como mejor nos pareciere.

En esa época no pude poner de acuerdo la teoría con la práctica. La serie aritmética, representativa del orden numérico, del cual cada quien podía tomar lo que quisiere, no debía ser para mí base de la música. Esto referíase a la parte teórica. Respecto a la práctica, si se pudieren construir instrumentos musicales en los que fuere fácil producirla, empezando por cualquier sonido, se lograría bien poco, nos faltaría el conjunto de los grandes recursos armónicos.

En los 16 sonidos en serie aritmética en la octava, es de notarse la carencia de uno de los intervalos de más importancia musical, el 4/3, que no puede ser substituído con el 21/16 ni con el 11/8; asimismo, la falta del 5/3 se aprecia al hacer música. Además, cabían aquí las mismas consideraciones que me hice sobre la progresión geométrica estudiada con anterioridad: ¿por qué usaba 16 sonidos y no 18 ó 20? Si todas mis razones se reducían a simples fantasías, con el mismo derecho cualquiera podía llevar a la práctica otra serie.

La incertidumbre se había apoderado de mí; no obstante, este ciclo de estudio me fué provechoso. Pude apreciar, en diversos aspectos, acordes que más tarde habría de emplear, aunque me veía en la necesidad de tocarlos en diferentes alturas, pues no siempre estaban en relación con el fundamental.

La facilidad de poder hacer los rollos para usar el piano como reproductor, me permitía apreciar un acorde movido rápidamente dentro de su respectiva serie. También me fué útil el estudio de algunas escalas, las cuales nos dan diferentes impresiones según sea la rapidez con que se ejecuten. Por ejemplo, cuando tocaba ascendiendo la escala 1, 9/8, 5/4, 11/8, 3/2, 13/8, 7/4, 15/8, 2/1, era manifiesta la sensación de extrañeza al llegar al 11/8. El oído, ya sea por costumbre o por razones fisiológicas, hacía desear el 4/3. Acelerando un poco su movimiento no se aprecia la diferencia. Cuando se desciende no produce rudeza el 11/8, se siente natural, aunque sea tocada la escala lentamente.

Después de algunos años de experimentación, aparentemente había adelantado muy poco; entonces no sospechaba que todas mis observaciones me serían de utilidad más tarde.

Estaba decepcionado, pensaba que por algo se habían hecho un perfecto enredo la teoría y la práctica, la ciencia y el arte de la música. Tal vez tenían razón aquellos a quienes no importaba casi nada o nada todas las teorías; con poseer cierto sentido estético e intuición musical les era suficiente.

No obstante mi desorientación, estaba convencido de que la armonía era la ciencia de las proporciones; pero ¿cuáles eran esas proporciones? Un asiático oye con más deleite ciertos intervalos que un europeo, y a éste le causan efecto contrario intervalos que para un africano son agradables. ¿Quién tiene razón?

La armonía general debe estar sobre todas las opiniones, me decía; de ella toma cada cual lo que más se avenga con su cultura y sentimientos. Si fuere uno a sujetarse a lo que piensa y siente un pueblo, se elaboraría una música parcial. La base de la infinita armonía no está a nuestro capricho, debe estar hecha, pero, ¿cuáles son sus principios?

Tenía algunos días de no hacer ningún experimento, procuraba no pensar en música, cuando una noche, caminando por la calle, tuve esta idea: después de la mitad, la división más sencilla de la octava es por tercios; éste fué para mí el nacimiento de las *escalas fundamentales*.

Mis trabajos se encaminaron, entonces, de acuerdo con las reflexiones siguientes: siendo la relación 2/1 el primer intervalo en música, representaría la primera escala fundamental.

La segunda escala fundamental la tendría al dividir la octava en dos partes: 1, 1+1/2, 2.

Al dividir por tercios, obtendría la tercera escala fundamental: 1, 1+1/3, 1+2/3, 2.

Siendo la cuarta escala fundamental la que procediera por cuartos: 1, 1+1/4, 1+2/4, 1+3/4, 2.

La quinta escala fundamental guardaría las proporciones siguientes: 1, 1+1/5, 1+2/5, 1+3/5, 1+4/5, 2.

Al dividir la octava por sextos, séptimos, octavos, etc., se obtendrían las respectivas escalas fundamentales.

Si en mis experimentos anteriores pude apreciar estas escalas en diferente altura, ahora se originaban en el mismo fundamental, concepto básico, indispensable en música.

No necesitaba hacer combinaciones de números, haciéndolas nacer como subsidiarias de otros sonidos, como puede hacerse en esta forma: 1, 2; 2, 3, 4; 3, 4, 5, 6; 4, 5, 6, 7, 8; etc.

La serie usual de los números representaría, ahora, en música, un camino en el cual se moverían sus respectivas escalas; este principio dió origen al concepto de *posiciones armónicas*.

Toda escala fundamental comprende en diferentes alturas sus escalas fundamentales anteriores. Disponiendo en mi piano de la 16ª escala fundamental, pude estudiar las primeras quince escalas con un criterio distinto. Si en el piano no podía hacerlas nacer de un solo fundamental, por necesitar más sonidos en la octava, esta dificultad no existía en mis cajas acústicas, las que afiné en esta forma, apreciando su perfecto equilibrio armónico.

Su estudio me convenció de que por muchos años no sería necesario pasar de la quinta escala. Las escalas fundamentales presentan en su desarrollo un campo ilimitado. Puede darse una idea de esta amplitud, diciendo que toda la música escrita hasta hoy está comprendida dentro de los márgenes de la tercera escala fundamental.

Las escalas fundamentales son armónicas: si fijamos una de ellas, al tocar su fundamental responden por simpatía los demás sonidos, con una intensidad de acuerdo con su grado de sencillez.

Poco después tuve precisados los acordes de las primeras escalas fundamentales, apreciando su enlace armónico. Mis ideas musicales comenzaban a ser más firmes; mi sentido estético iba cambiando de acuerdo con mis estudios.

Terminado un ciclo de experimentación, cuando quedaba agotada la parte teórica, volvía a reunir mis ideas para procurar ampliarlas. Una de estas veces me hice esta reflexión: tienes como metro musical la relación 2/1. Al sonido grave denominas fundamental y cofundamental al sonido agudo. Al colocar un sonido intermediario, obtienes dos intervalos: uno en relación con el fundamental, y otro con el cofundamental; de este raciocinio nacían para mí los intervalos complementarios.

El intervalo complementario es el resultado de relacionar con el cofundamental en forma inversa, el intervalo relacionado primero con el fundamental; principio que dió origen a las *escalas recíprocas*.

El estudio de las escalas recíprocas me fué de tanta utilidad como lo había sido el de las escalas fundamentales; era la explicación a muchas preguntas. No había podido aclarar, hasta entonces, por qué una sucesión de intervalos tan heterogéneos, por ejemplo, 1, 10/9, 5/4, 10/7, 5/3, 2/1, se oyeran en perfecta armonía. Aparentemente es una confusión de novenos, cuartos, séptimos y tercios, pero en realidad es todo perfección en esta escala.

Después de algún tiempo, precisaba otro concepto que denominé *escalas complejas*; su principio es bien sencillo: es el resultado de combinar una escala fundamental con su respectiva recíproca. Este concepto adquiere grande significación en la práctica musical.

Estuve más de un año haciendo comparaciones de escalas, construyendo nuevos instrumentos y estudiando la forma de mejorar la pureza del sonido en mis cajas acústicas.

Precisaba poco después el concepto de las *escalas recíprocas-graduales*: si considerando toda escala fundamental en relación con el cofundamental en forma inversa, había obtenido las escalas recíprocas, las recíprocas-graduales serían aquellas en las que se estableciere como cofundamental cualquier grado de una escala.

El terreno en el que se desenvolvían ahora mis actividades empezaba a tener una amplitud insospechada por mí; pude hacer música de una belleza que no había apreciado antes; cada acorde era una impresión de conjunto y unidad que es imposible definir escribiendo. Había formado diferentes *cuadros armónicos*, de los que trataré en el Capítulo Cuarto; eran el resultado de combinar varias escalas fundamentales con sus respectivas recíprocas, en las que, partiendo de cualquier extremo, se podía tocar la misma serie.

Pero un día vinieron a mi mente estas reflexiones: ¿Crees tú que alguien pretenda romperse la cabeza con el manejo de todos esos intervalos? ¿No estás viendo que en muchos casos la gente confunde relaciones completamente distintas? Cuando la diferencia entre dos intervalos es mínima, ¿no los aprecias tú mismo como iguales? Puede decirse que un sonido con mil vibraciones por segundo es distinto de otro con mil una, pero esto es teóricamente, en la práctica, para nuestros oídos, son iguales.

Si nuestro oído aprecia como iguales dos intervalos cuando su diferencia es sumamente pequeña, pensé entonces que podríamos obtener la facilidad práctica, al hacer música, si una progresión geométrica nos proporcionare aceptables aproximaciones a las escalas fundamentales. Esta fué la idea que me llevó de nuevo, dentro de otro criterio, al estudio de las progresiones geométricas.

En este terreno mis primeros pasos tuvieron por objeto precisar la progresión geométrica de sesenta sonidos en la octava. Considerando que la quinta escala fundamental es suficiente para expresar nuestros pensamientos musicales, si lograba obtener buenas aproximaciones dividiendo la octava en dos, tres, cuatro y cinco partes iguales entre sí, obtendría las primeras divisiones geométricas, y, al mismo tiempo, la imitación de las primeras divisiones aritméticas. Podríase con esto acabar la vieja discusión, empezada hace siglos, sobre si debe dividirse la octava en una o en otra forma, pues prácticamente se habrían obtenido ambos resultados.

El estudio teórico y práctico de los sesenta sonidos dentro de la relación 2/1, no fué lo que esperaba; tuve que volver a ordenar mis labores muchas veces por distintos caminos, todos ellos tendientes al estudio comparativo de las progresiones geométricas con las primeras escalas fundamentales.

Las progresiones geométricas expuestas en el Capítulo Segundo no fueron precisadas en el orden progresivo en que aparecen; su estudio iba siendo necesario de acuerdo con la índole de la teoría que las formulaba. El trabajo fué laborioso, pero al

fin llegué al convencimiento de que la reflexión que me condujo a ellas era justa. En ciertas progresiones geométricas, de las que trataremos en los capítulos siguientes, los valores de aproximación con determinadas escalas fundamentales son de tal naturaleza, que es imposible, al hacer música, saber cuál es el resultado de una progresión aritmética, y cuál lo es de una geométrica.

Hecha la selección de las progresiones geométricas que resultaban de utilidad en música, empecé a trabajarlas de acuerdo con los conceptos armónicos enunciados. El Capítulo Tercero comprende la aplicación de estos principios a los doce sonidos iguales entre sí en la octava.

Años después de intensa labor me reconciliaba con los doce sonidos; mi antigua pregunta de por qué en lugar de doce no usábamos diez, quedaba resuelta en forma convincente. Sabía ahora para qué servían y cuál era su base. En el desarrollo armónico y afinación de este temperamento difería de lo generalmente usado.

Finalizando la exposición de estos conceptos musicales, agregaré que de la experiencia adquirida nacía uno más, al cual denominé *alternaciones;* su principio establece una diversidad de movimiento en las escalas y acordes, proporcionando grandes recursos armónicos.

Conservando como constante el metro de una escala, definía lo que llamé *posiciones regulares;* concepto de tanta trascendencia en música como lo son las posiciones armónicas.

Construí las *tablas armónicas;* éstas tienen como base ordenar, a continuación de una escala fundamental, su respectiva recíproca o viceversa en orden creciente, conservando un sonido como centro; son, de hecho, el desarrollo armónico natural de todo intervalo. Su utilidad se aprecia fácilmente en la composición musical por las variadas formas en que pueden ser aplicadas; sirviendo, además, como guía para enlazar acordes.

No obstante el amplio horizonte que se había abierto para mí, me faltaba precisar un principio que ha sido de suma trascendencia. La interpretación dada a la octava es que representa el primer metro en música, sus extremos abarcan las primeras escalas fundamentales y éstas, progresivamente, son ilimitadas; al extender este concepto de metro a cualquier intervalo, se puede expresar el principio armónico general en esta forma: todo intervalo es por sí armónico; para obtener uno o más sonidos en perfecta armonía entre sí dentro de cualquier metro musical, basta que el número de sus frecuencias forme con los sonidos extremos una progresión aritmética; en música, una escala fundamental.

En el curso de mis experimentaciones, cuando tenía alguna realización práctica que mostrar, procuraba saber la impresión que producía. Con este motivo reuní periódicamente en mi estudio a diferentes personas; de aquellos años recuerdo a los maestros Luis G. Saloma, Estanislao Mejía, Daniel Castañeda, Ernesto Enríquez, Gerónimo Baqueiro Foster, Gabriel Zaldívar, José Antillón Rossner, Manuel Torres Torija, Santiago André Laguna, doctor Jesús C. Romero, al padre Juan Segale, doctor en Física, y muchos más. De sus observaciones deduje útiles enseñanzas; no a todos nos produce un acorde igual impresión. La escala que hacía soñar a unos, dejaba indiferentes a otros; había quienes preferían sonoridades extrañas, con cierta rispidez, a los acordes tranquilos y dulces para una mayoría. A veces se cambia de pareceres: las escalas que en un principio parecían áridas, llegaban a seducirnos después.

Por espacio de cinco años publiqué varios folletos con los resultados de mis estudios. El primero fué editado en 1924 y en 1929 el último. Posiblemente esta sexta edición no dejaría de ser, igualmente, un simple folleto, si no fuera por ciertas circunstancias que me facilitaron realizar un viaje a los Estados Unidos y tener un sinnúmero de discusiones tratando de explicar lo que había realizado.

• • •

En el Conservatorio de México, siendo Director el maestro Carlos Chávez, se aceptaba, oficialmente, en julio de 1930, mi afinación del temperamento de doce sonidos, previas demostraciones; decidí, entonces, propagarla.

En Nueva York, un grupo entusiasta formado por Ignacio Morán, José Juan Tablada, Henry C. Pfaff, Sirio Esteve, E. Wood, Paulina Joutar, Francis Flyn Paine, Emiliana de Zubeldia, Sensitiva E. Sorieri, Esperanza Pulido, Luis Zamudio y Carlos López, me facilitaban la manera de extender mis ideas sobre afinación y la música en general.

En poco tiempo se había logrado que David Mannes aceptara la afinación para el Conservatorio que lleva su nombre.

Leopold Godowsky personalmente me presentaba a Frederick C. Mayer, maestro organista de la United States Military Academy de West Point, el que, una vez convencido, se dió a la tarea de afinar el órgano monumental de la iglesia.

Eugene A. Schmitt, vicepresidente de importante casa constructora de pianos, implantaba en sus instrumentos la afinación indicada, mostrándola en conciertos. El primero fué dado por Herma Menth, quien así lo anunció al público en el Roerich Hall.

Gentilmente Phyllis Moyra Byrne, en su residencia de Sutton Place, daba un concierto con un cuarteto de cuerda en el que figuró como violoncelista Gerald Warburg.

Harold Bauer y Josef Lhevinne tocaban un concierto a dos pianos, en el Barbizon Plaza. Walter Gieseking, entusiastamente, tocaba también con la nueva afinación.

Frederick A. Vietor y P. Bilhuber, ambos de acreditada fábrica de pianos, me daban toda clase de facilidades para hacer demostraciones.

El profesor Thomas Whitney Surette, de la Universidad de Harvard, bondadosamente me invitó para que se llevara a efecto una demostración sobre afinación en dicha universidad. Afinó Henry C. Pfaff.

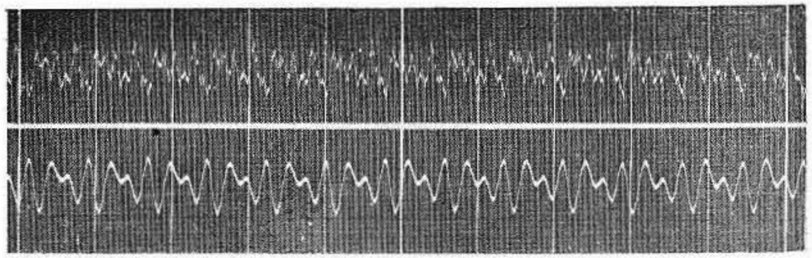
En los estudios de Prosper Guerry, quien me había cedido un departamento, estaba el centro de esa actividad artística. Allí numerosas personas pudieron escuchar a Anton Rovinsky tocando con la nueva afinación. Allí también se dieron demostraciones con diferentes temperamentos en las cajas acústicas que yo había llevado. Se tocó la guitarra con 15 sonidos en la octava y el laúd con 53. Joseph Yasser pudo oír en uno de mis instrumentos musicales el temperamento de 19 sonidos, sobre el que estaba escribiendo un libro.

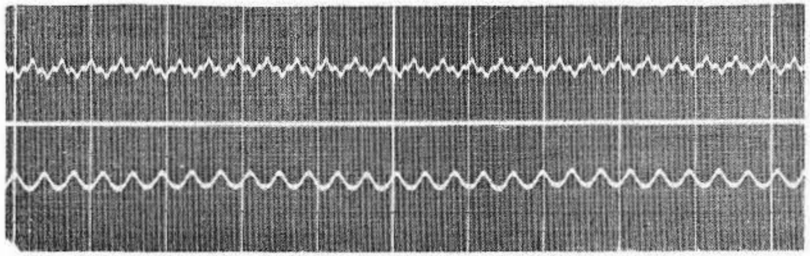
Las posibilidades prácticas de las escalas fundamentales y su aplicación a todos los temperamentos musicales, no fueron temas de menor actividad. Discusiones apasionadas con Leopold

Stokowski, Nicolas Slonimsky, Charles Seeger, Willian Braid White, Henry C. Cowell, Marion Bauer, Joseph Schillinger, Jonne Landseet, Wallingford Riegger, Harry Cumpson, Leon Theremin, y tantos más, unos de conformidad y antagónicos otros, pero todos ellos de utilidad para desenvolver mis ideas.

Poco después obtuve una beca de la John Simon Guggenheim Memorial Foundation, lo que me permitió ampliar mis estudios e hizo posible, entre otras cosas, realizar experimentaciones que me fueron sumamente útiles.

El Dr. Henry Allen Moe, Secretario de esta benemérita institución, tuvo la amabilidad de arreglar con el Dr. Harvey Fletcher, Director de Acústica Experimental de la Bell Telephone Laboratories, que se me permitiera hacer algunas pruebas usando sus aparatos. Con la colaboración del Dr. J. Steinberg, se obtuvieron las fotografías siguientes:



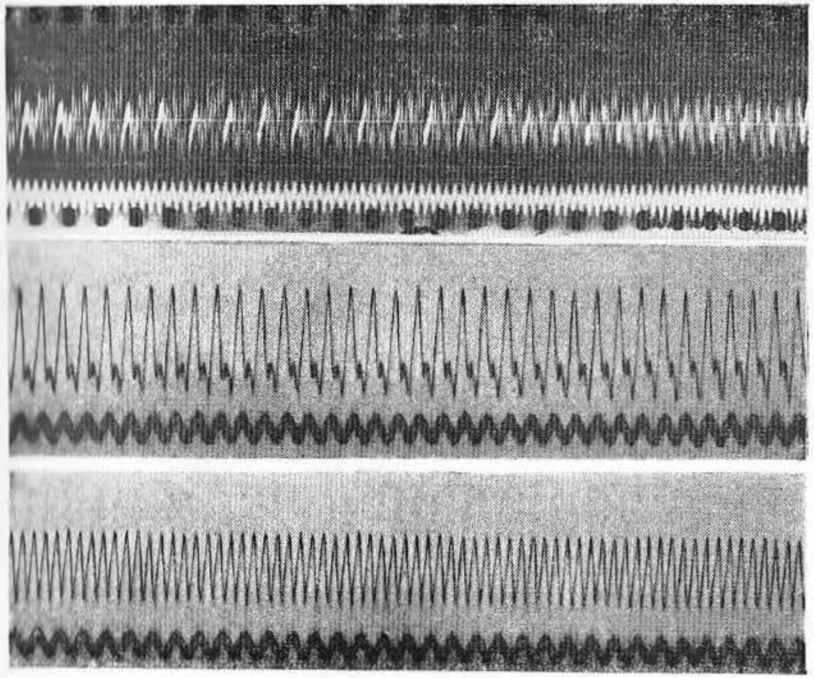


En estos dos grabados, la gráfica superior indica el sonido dado por uno de mis sonómetros, y la inferior, el mismo sonido, una vez filtrado; las rayas verticales corresponden a un centésimo de segundo. Los resultados obtenidos referente a la rela-

ción 2/1, después de minucioso estudio, fueron idénticos a los que se obtuvieron más tarde en Iowa.

Por conducto de la Fundación Guggenheim conocí al doctor Carl Emil Seashore, Deán de The State University of Iowa, bajo cuya dirección se efectuaban interesantes investigaciones acústicas.

Las siguientes fotografías son fracciones de las obtenidas en la experimentación realizada en la Universidad de Iowa, con la cooperación del Dr. D. A. Rothschild:



En estas gráficas, la parte superior corresponde al sonido dado por mi sonómetro; y en las inferiores las producidas por un diapasón.

El procedimiento seguido consistió en poner las dos cuerdas del sonómetro al unísono. Se hacía vibrar una de ellas y sus respectivas frecuencias pasaban a un oscilógrafo, fotografiándolas. Se ponía después un puente dividiendo por la mitad la otra cuerda y se fotografiaba en la misma forma. Estos experimentos se realizaron también en una sola cuerda: primero en toda su longitud, y luego haciendo vibrar únicamente su mitad.

Al proceder a contar sus respectivas frecuencias, era cuando se presentaba el problema: la cuerda dividida por el centro daba el doble de frecuencias que el sonido que se obtenía con la longitud total. Esto fué verificado muchas veces. Se obtuvo la relación 2/1; pero cuando se sonaban simultáneamente las cuerdas del sonómetro, una como fundamental y otra dividida por el centro, se apreciaban +3.5 pulsaciones en cinco segundos. La relación 2/1 no debía tener pulsaciones.

La causa de este fenómeno fué resuelta más tarde a mi regreso a México, estudiando mis sonómetros con un criterio más amplio. En el Capítulo Tercero volveré a tratar detalladamente sobre este asunto.

Lo que ilustran estas fotografías me fué de grande utilidad. Sin embargo, deben considerarse tan sólo como un pequeño preámbulo a una experimentación que está por hacerse sobre afinación; tal vez sea necesario construir aparatos apropiados para este intento. *

Estuve poco tiempo en la Universidad de Iowa; no obstante, me considero afortunado por haber trabajado un poco al lado del Deán Carl Emil Seashore. Con él recuerdo a los doctores D. A. Rothschild, Joseph Tiffin, Mack T. Henderson, Ray S. Miller, Don Lewis, Harold Seashore, Prof. Clapp, Dr. Baker; todos ellos me ayudaron en discusiones constructivas. Hablamos sobre las variadas aplicaciones que podían tener las escalas fundamentales y recíprocas. Sobre los posibles fenómenos que se producirían al aplicarlas a diferentes campos vibratorios. Si estas escalas son básicas en un espacio tan limitado como es la parte auditiva y sus resultados armónicos son innegables, en frecuencias más elevadas al sonido debían regir con igual importancia. Habría que experimentar. Mi pronto regreso a México dejó en suspenso esos proyectos.

* * *

* En la Universidad de Iowa colaboró entusiastamente el señor W. Hale en diferentes estudios sobre afinación y realizaciones prácticas en los pianos.

Para evitar posibles confusiones a quienes han estudiado mis trabajos en música, indicaré que una de las cosas difíciles para mí fué obtener el nombre de un concepto; debido a esto han sufrido diversos cambios en sus nombres. Las escalas fundamentales, por ejemplo, empecé llamándolas escalas armónicas, lo que me producía constantes confusiones. Las llamé después escalas elementales. Por la misma razón tuve que denominarlas posteriormente con el nombre con que ahora las presento. Algunos de los demás conceptos han tenido, igualmente, diferentes nombres, hasta lograr una denominación clara y precisa a mi manera de ver.

He penetrado en un mundo musical que no existe para la mayoría de los músicos; mis denominaciones, en los casos necesarios, no se extrañe que sean diferentes. No pretendo, con prurito irreflexivo, hacer cambios, pues soy enemigo de cambiar un convencionalismo por otro; siendo el resultado análogo, producimos únicamente confusiones inútiles; pero cuando es en beneficio de una interpretación básica es conveniente hacerlo.

No emplearé, por ejemplo, los términos consonancias y disonancias. Para dar una idea de cómo van adquiriendo paulatinamente mayor grado de complejidad los intervalos, imagínese un punto negro, el cual diluyéramos insensiblemente hasta obtener el blanco. ¿Podría precisarse con toda exactitud dónde termina el blanco y empieza el negro? Este es el caso de las consonancias: cualquier número que se fije como tal, no dejará de ser un simple convencionalismo. Por lo tanto, serán considerados los intervalos de acuerdo con su grado de sencillez, gradualmente determinado por las escalas fundamentales.

En lo que se refiere a la escala de los grados, denominada escala diatónica, y en la que se ha cimentado la mayor parte de la música escrita hasta hoy, será necesario darle una significación distinta. Esta escala abarca un extenso campo musical, cuya belleza resaltará más aún al estudiarla de acuerdo con los principios armónicos enunciados; no obstante, es tan sólo una de tantas escalas complejas y no base de la música, como generalmente se ha interpretado.

Espero que estas anotaciones explicarán por qué me abstendré de emplear ciertas denominaciones del lenguaje musical en uso. Creo que todo lo útil que se encuentre en los viejos procedimientos debe ser respetado; no olvidemos que es la experiencia que se nos ha legado a través de los siglos; muchas enseñanzas son provechosas, pero muchos convencionalismos no tienen razón de ser.

He vuelto a abrir mis viejos libros y revisado muchos más. Encuentro ahora que si en algunos conceptos he coincidido con ellos, en otros difiero completamente. Esos puntos de vista que coinciden y que están ya fuera de toda discusión, vienen a darme la razón en los restantes, pues en el desarrollo de los principios armónicos todo concepto es consecuencia de otros.

Para terminar agregaré que, apartándome del carril establecido de considerar generalmente el punto histórico como apoyo o simple comparación entre el pasado musical y obras de esta índole, he preferido presentar este libro como si la enseñanza de la música se impartiere en la forma que voy a tratar; con este proceder espero facilitar su estudio.

A. NOVARO

Tacubaya, D. F., 1933.

PRIMERA PARTE

LA MÚSICA TEÓRICA

CAPÍTULO PRIMERO

PRINCIPIOS ARMÓNICOS

Concepto del intervalo

Todo sonido, desde el punto de vista armónico, tiene dos interpretaciones: la de *absoluto* y la de *relativo.* Es absoluto, cuando los demás sonidos están en relación a él, y cuando éste se relaciona a los sonidos restantes, es relativo.

Dos sonidos, cuyas frecuencias sean diferentes, forman un intervalo. Al expresarlo, el número menor indica el *fundamental*, y el número mayor el *cofundamental.* Saber siempre dónde se encuentran ambos, es de suma importancia, por ser constantes puntos de referencia.

Escalas fundamentales

Todo intervalo representa una primera escala fundamental, dentro de cuyos extremos existe un número ilimitado de ellas en orden creciente de sonidos.

Para que tres o más sonidos armonicen entre sí, basta que el número de sus frecuencias esté en progresión aritmética. Este concepto, en su aspecto musical, tiene como base de ordenamiento la sencillez.

La relación más sencilla entre dos sonidos es cuando el número de sus frecuencias es igual a 2:1. Por lo tanto, este intervalo será nuestro primer metro en música y, en consecuencia, nuestras primeras escalas fundamentales son las siguientes:

Primera,	1	2/1					
Segunda,	1	3/2	2/1				
Tercera,	1	4/3	5/3	2/1			
Cuarta,	1	5/4	3/2	7/4	2/1		
Quinta,	1	6/5	7/5	8/5	9/5	2/1	
etc.							

Cuando se precisa una escala, por ejemplo, 1, 3/2, 2/1, sería suficiente con anotar 3/2, 2/1, que en sí ya establecen el fundamental; no obstante, para mayor claridad, emplearemos dicha repetición.

Al expresar una escala no se indica altura de sonidos, únicamente sus relaciones; en la práctica se elevan a la altura debida para producir música.

Después del 2/1, corresponde por su sencillez al metro musical 3/2 establecer el segundo grupo de escalas fundamentales:

Primera,	1	3/2				
Segunda,	1	5/4	3/2			
Tercera,	1	7/6	4/3	3/2		
Cuarta,	1	9/8	5/4	11/8	3/2	
Quinta,	1	11/10	6/5	13/10	7/5	3/2
etc.						

Con igual ordenamiento, el metro 4/3 establece las escalas fundamentales siguientes:

Primera,	1	4/3				
Segunda,	1	7/6	4/3			
Tercera,	1	10/9	11/9	4/3		
Cuarta,	1	13/12	7/6	5/4	4/3	
Quinta,	1	16/15	17/15	6/5	19/15	4/3
etc.						

Siendo nuestro metro musical 5/3, sus respectivas escalas fundamentales serían expresadas en esta forma:

Primera,	1	5/3				
Segunda,	1	4/3	5/3			
Tercera,	1	11/9	13/9	5/3		
Cuarta,	1	7/6	4/3	3/2	5/3	
Quinta,	1	17/15	19/15	7/5	23/15	5/3
etc.						

La relación 2/1 nos servirá, igualmente, de punto de referencia para la clasificación de intervalos *abiertos* o *cerrados*. Serán considerados abiertos, cuando pasen los extremos de esta relación, y cerrados, cuando no lleguen a ella.

Asimismo, este metro nos muestra, dentro de sus escalas fundamentales, los más indispensables intervalos en música. Si a éstos se agrega el 2/1, obtendremos campos armónicos más abiertos.

Para evitar posibles confusiones, aclararemos que sumar intervalos equivale a multiplicar quebrados. Por ejemplo, 4/3×3/2=2/1. Al reducir a un símbolo los dos sonidos que expresan todo quebrado, denominamos al 4/3, una cuarta; al 3/2, una quinta; al 2/1, una octava. Entonces, decimos: una cuarta más una quinta es igual a una octava.

La primera relación abierta más sencilla es el resultado de multiplicar el 2/1 por su mismo valor: 2/1×2/1=4/1. Sus respectivas escalas fundamentales son las siguientes:

Primera,	1	4/1				
Segunda,	1	5/2	4/1			
Tercera,	1	2/1	3/1	4/1		
Cuarta,	1	7/4	5/2	13/4	4/1	
Quinta,	1	8/5	11/5	14/5	17/5	4/1
etc.						

En igual forma obtenemos el 3/1: 2/1×3/2=3/1; siendo sus escalas fundamentales:

Primera,	1	3/1				
Segunda,	1	2/1	3/1			
Tercera,	1	5/3	7/3	3/1		
Cuarta,	1	3/2	2/1	5/2	3/1	
Quinta,	1	7/5	9/5	11/5	13/5	3/1
etc.						

Del 8/3, 2/1×4/3=8/3, se obtienen las escalas fundamentales siguientes:

Primera,	1	8/3				
Segunda,	1	11/6	8/3			
Tercera,	1	14/9	19/9	8/3		
Cuarta,	1	17/12	11/6	9/4	8/3	
Quinta,	1	4/3	5/3	2/1	7/3	8/3
etc.						

Considerando suficientes los ejemplos anotados para dar una idea de la construcción de las escalas fundamentales, agregaremos solamente que un procedimiento sencillo para precisar los sonidos que se deseen dentro de cualquier intervalo, es buscar la diferencia entre numerador y denominador, la que servirá de valor constante; multiplíquense después los términos del quebrado por el número de sonidos que se quiera intercalar más uno, procediéndose a agregarle sucesivamente al primer término el valor constante. Por ejemplo, nuestro metro es 3/2 y se desea conocer los valores de dos sonidos armónicos intermediarios. Los números que expresan el quebrado son 2 y 3, que multiplicados, respectivamente, por 3, número que comprende los dos sonidos que van a intercalarse más el uno adicional, y agregándole sucesivamente al primer término el valor constante, en este caso, uno, construimos la progresión 6, 7, 8, 9. Siendo el 6 representativo de la unidad, obtenemos, 1, 7/6, 4/3, 3/2.*

Escalas recíprocas

Las escalas recíprocas guardan las mismas proporciones que las escalas fundamentales, pero en relación con el cofundamental, en forma inversa.

Para obtener una escala recíproca, basta invertir los términos que expresan sus intervalos y multiplicarlos, respectivamente, por el valor de su metro. Por ejemplo: 1, 4/3, 5/3, 2/1. Al invertir los quebrados, se obtiene, 1, 3/4, 3/5, 1/2, que multiplicados por 2/1, valor del metro musical, en este caso, obtenemos, 2/1, 3/2, 6/5, 1. Ordenados estos intervalos según su altura, expresan la escala recíproca 1, 6/5, 3/2, 2/1.

Vemos ahora que la diferencia entre 2/1 y 3/2 es 4/3, del 2/1 al 6/5, es 5/3; los mismos intervalos que antes estuvieron relacionados con el fundamental.

Para encontrar la diferencia entre dos intervalos, divídanse entre sí. Por ejemplo, 2/1÷3/2=4/3. En música, una octava

* Los profesores Daniel Castañeda y Gerónimo Baqueiro Foster, del Conservatorio de México, enseñan las escalas fundamentales de la música desde 1928, de acuerdo con esta teoría.

menos una quinta es igual a una cuarta. En este caso se ha restado un intervalo menor de uno mayor; si procedemos en sentido inverso se obtiene el intervalo recíproco: 3/2÷2/1=3/4.

Mostramos a continuación las escalas recíprocas del 2/1:

Primera,	1	2/1				
Segunda,	1	4/3	2/1			
Tercera,	1	6/5	3/2	2/1		
Cuarta,	1	8/7	4/3	8/5	2/1	
Quinta,	1	10/9	5/4	10/7	5/3	2/1
etc.						

Asimismo, las escalas recíprocas del metro 3/2, son las siguientes:

Primera,	1	3/2				
Segunda,	1	6/5	3/2			
Tercera,	1	9/8	9/7	3/2		
Cuarta,	1	12/11	6/5	4/3	3/2	
Quinta,	1	15/14	15/13	5/4	15/11	3/2
etc.						

Como complemento a la exposición de las escalas fundamentales y escalas recíprocas fijaremos algunas de ellas en una cuerda. Para el efecto, los mismos valores que las establecen indican su longitud, bastando invertir los términos de los quebrados.

Por lo tanto, serán respectivas longitudes de las escalas fundamentales del 2/1:

Primera,	1	1/2				
Segunda,	1	2/3	1/2			
Tercera,	1	3/4	3/5	1/2		
Cuarta,	1	4/5	2/3	4/7	1/2	
Quinta,	1	5/6	5/7	5/8	5/9	1/2
etc.						

Siendo las longitudes de sus respectivas escalas recíprocas, las siguientes:

Primera,	1	1/2				
Segunda,	1	3/4	1/2			
Tercera,	1	5/6	2/3	1/2		
Cuarta,	1	7/8	3/4	5/8	1/2	
Quinta,	1	9/10	4/5	7/10	3/5	1/2
etc.						

Trazando una curva que pase por los puntos indicados por las escalas fundamentales, obtenemos las gráficas de la figura 1. Estableciendo una curva entre un extremo de la cuerda y los lugares que marcan las escalas fundamentales del 2/1, se obtienen las gráficas de la figura 2; la parte vibrante de la cuerda proporciona el intervalo deseado. La figura 3 representa las respectivas gráficas de las escalas recíprocas.

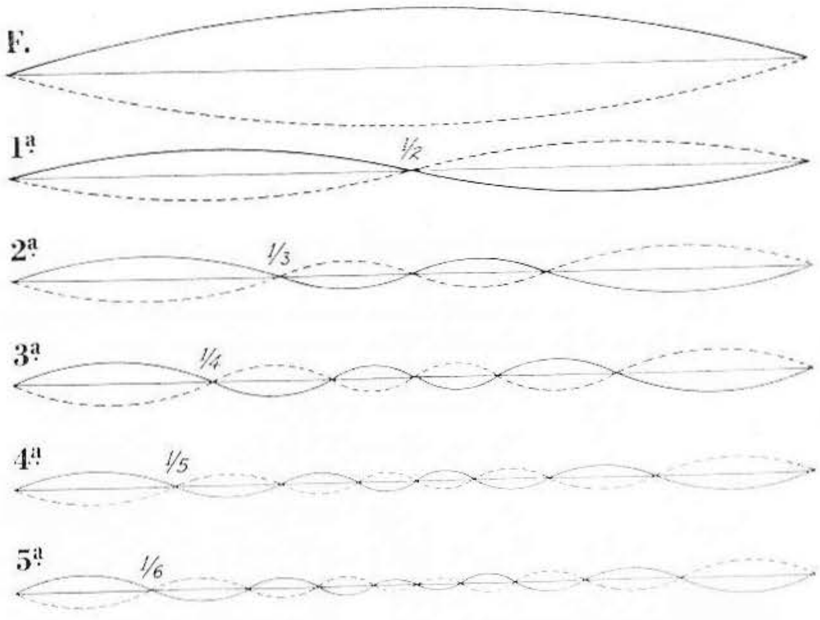


Figura 1

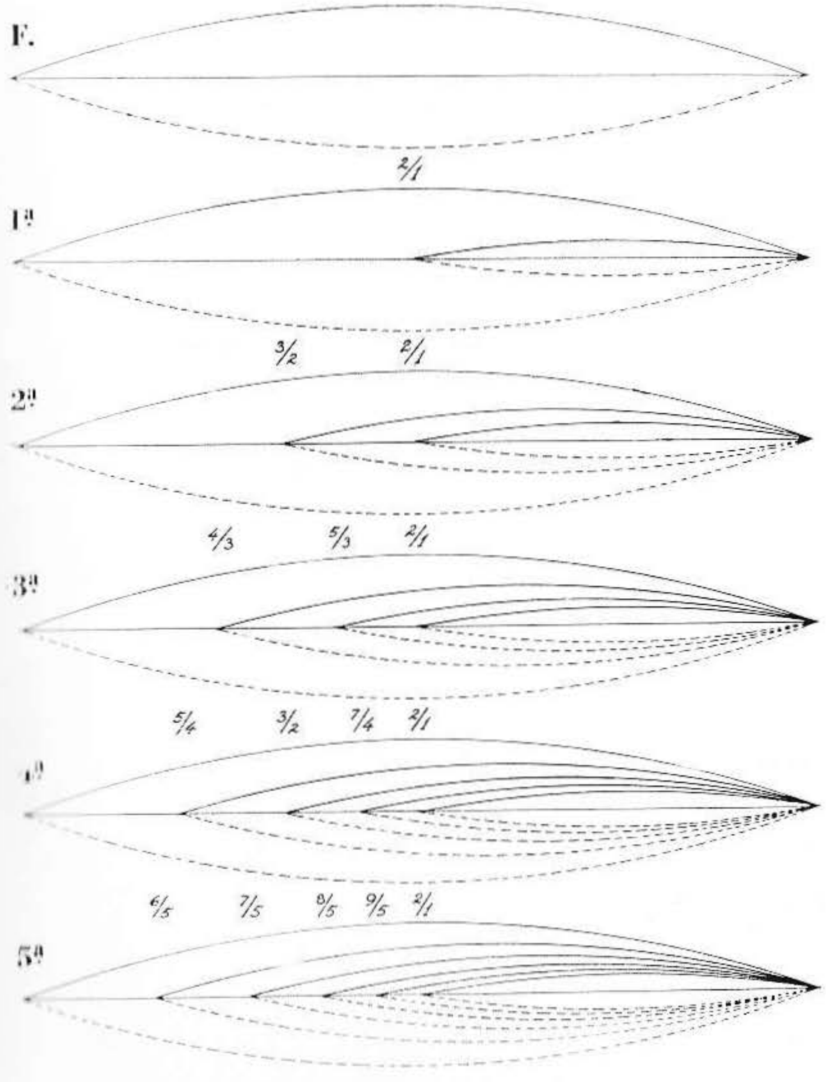


Figura 2

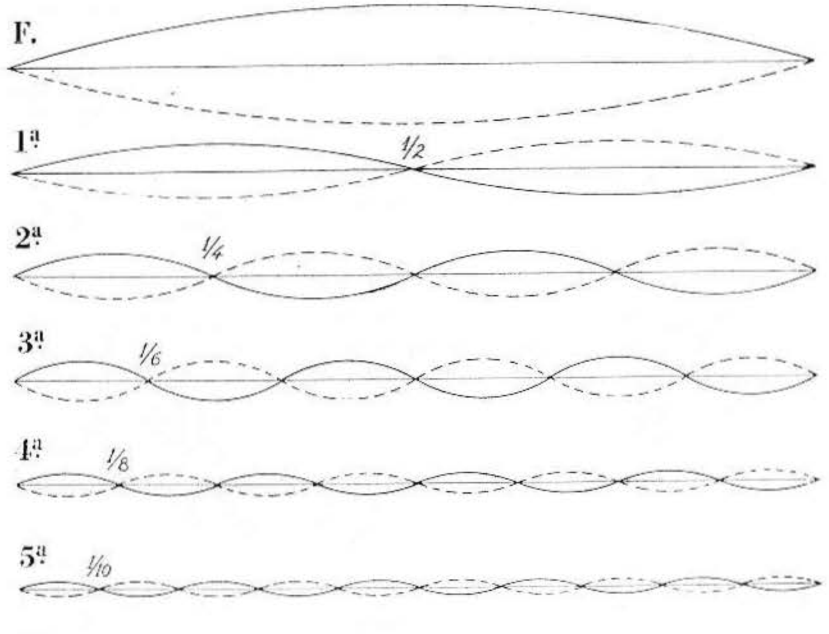


Figura 3

Escalas recíprocas-graduales

Aplicando el concepto de las escalas recíprocas, considerando ahora como cofundamental cualquier grado de una escala, obtenemos las escalas recíprocas-graduales. Para obtenerlas, después de invertir los términos de los quebrados, multiplíquense por el valor del que se constituya en cofundamental.

De lo anterior se deduce que la escala recíproca-gradual de la tercera escala fundamental del 2/1: 1, 4/3, 5/3, 2/1, al grado 5/3, es la siguiente:

5/6 1 5/4 5/3

Al 4/3, sería:

2/3 4/5 1 4/3

Escalas complejas

Al combinar una escala fundamental con cualquiera de sus escalas recíprocas, obtenemos una escala compleja; por ejemplo, con la tercera escala fundamental del 2/1: 1, 4/3, 5/3, 2/1, y su recíproca: 1, 6/5, 3/2, 2/1, formaremos la escala compleja:

1 6/5 4/3 3/2 5/3 2/1

De la misma escala fundamental con su respectiva recíproca-gradual al 3/2:

1 9/8 4/3 3/2 5/3 9/5 2/1

Con su recíproca-gradual al 5/3:

1 5/4 4/3 5/3 2/1

Al 6/5:

1 6/5 4/3 36/25 5/3 9/5 2/1

Podemos también formar una escala compleja, empleando una escala fundamental y dos recíprocas. Por ejemplo, fundamental, 1, 4/3, 5/3; recíproca, 1, 5/4, 5/3; recíproca-gradual al 16/9, 16/15, 4/3, 16/9; de lo que obtenemos la escala compleja:

1 16/15 5/4 4/3 3/2 5/3 16/9 2/1

Una escala compleja puede ser formada, igualmente, empleando una escala recíproca uniendo dos escalas fundamentales. Por ejemplo, escalas fundamentales, 1, 4/3, 5/3 y 9/8, 3/2, 15/8, en este caso está considerado como absoluto el 9/8; escala recíproca-gradual de ambas, 6/5, 3/2, 2/1; intervalos que colocados en su respectivo orden de altura, constituyen la escala compleja:

1 9/8 6/5 4/3 3/2 5/3 15/8 2/1

Las escalas complejas están clasificadas en dos grupos: *escalas complejas regulares*, cuando sean recíprocas de sí mismas, lo cual significa sencillez dentro de su complejidad; y *escalas complejas irregulares*, cuando no sean recíprocas entre sí. Esta clasificación debe tenerse presente al analizar una escala; tratando de ellas en general, consideraremos ambos grupos dentro de la denominación de escalas complejas.

Series armónicas

En general, toda progresión aritmética infinita es una serie armónica. Ordenadamente, la primera serie tiene como base la unidad más su mismo valor; la segunda, la unidad más su mitad; la tercera, la unidad más su tercera parte, etc.

De esto se infiere que las primeras series armónicas guardan las relaciones siguientes:

Primera,	1	2	3	4	5	6	. . .
Segunda,	1	2 1/2	4	5 1/2	7	8 1/2	. . .
Tercera,	1	2 1/3	3 2/3	5	6 1/3	7 2/3	. . .
Cuarta,	1	2 1/4	3 1/2	4 3/4	6	7 1/4	. . .
Quinta,	1	2 1/5	3 2/5	4 3/5	5 4/5	7	. . .
Sexta,	1	2 1/6	3 1/3	4 1/2	5 2/3	6 5/6	. . .
etc.							

Dentro de la denominación de series armónicas, debe entenderse no tan sólo la que proporciona los valores sucesivos de sus términos, en las series clasificadas, sino también aquellas que puedan formarse anulando, ordenadamente, uno, dos, tres o más términos, y las cuales consideraremos como *series armónicas alternas*. Por ejemplo, de la primera serie, 1, 3, 5, 7, . . ., o bien, 1, 4, 7, 11, . . .

De este proceder se obtienen grandes recursos musicales, como resulta, por ejemplo, si al tocar la serie 1, 2, 3, 4, 5, . . . la combinamos con 1, 3, 5, 7, . . ., fijando el fundamental de esta serie a 1/3 del fundamental de la primera serie armónica.

Haremos notar, igualmente, que la segunda serie armónica proporciona, en sus tres primeros términos, lo que podríamos considerar como el punto en música, por su absoluta quietud al ser tocados. Estas relaciones forman la segunda escala fundamental del 4/1: 1, 5/2, 4/1.

Las series armónicas recíprocas guardan las mismas relaciones de las series armónicas, pero en forma inversa con la unidad. En este caso el fundamental sirve a la vez de cofundamental. Al fijar como fundamental cualquier grado de una serie, desde ese punto empieza la respectiva recíproca; constituyéndose, entonces, en *series armónicas parciales*, por no partir de la unidad real. La figura 4 representa gráficamente lo expuesto.

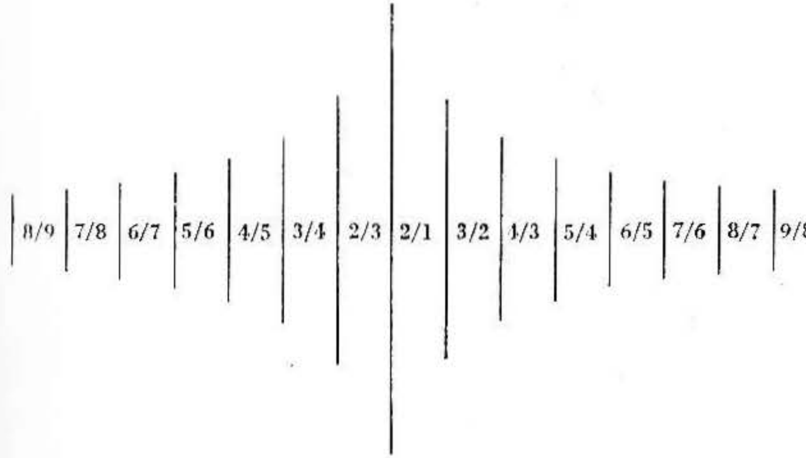


Figura 4

Posiciones armónicas

Al transportar, ascendiendo o descendiendo, un intervalo sin interrumpir la serie armónica a la cual pertenece, estaremos empleando sus posiciones armónicas.

Si tomamos, por ejemplo, el intervalo 5/2, principio de la segunda serie armónica, sus respectivas posiciones armónicas serán, en su segunda posición, 8/5; tercera, 11/8; cuarta, 14/11; quinta, 17/14; sexta posición, 20/17, etc.

Si de esta serie constituimos en absoluto, por ejemplo, el 11/8, tendrá este intervalo dos posiciones armónicas descendentes y un número ilimitado de posiciones ascendentes. Si consideramos el 11/8 como recíproco, es decir, 8/11, tendrá dos posiciones ascendentes y un número ilimitado de posiciones armónicas descendentes. Todos los intervalos que constituyen una serie, son posiciones armónicas entre sí.

Es el mismo caso usando una escala, por ejemplo, 1, 4/3, 5/3. Continuando la serie ascendente, se obtiene 6/3, 7/3, 8/3, 9/3, 10/3, etc.; por lo que serán respectivas posiciones armónicas ascendentes de esta escala:

Primera posición:

1	4/3	5/3				

Segunda posición:

4/3	5/3	2/1	:	1	5/4	3/2

Tercera posición:

5/3	2/1	7/3	:	1	6/5	7/5

Cuarta posición:

2/1	7/3	8/3	:	1	7/6	4/3

Quinta posición:

7/3	8/3	9/3	:	1	8/7	9/7

Sexta posición:

8/3	9/3	10/3	:	1	9/8	5/4

En la columna derecha están anotadas las relaciones que guardan entre sí las respectivas posiciones armónicas; es decir, 4/3 : 5/3 :: 1 : 5/4; 4/3 : 2/1 :: 1 : 3/2.

Al continuar descendiendo la serie armónica a la cual pertenece la escala fundamental que nos sirve de ejemplo, obtendremos 2/3, 1/3; siendo, por lo tanto, sus respectivas posiciones descendentes:

Segunda posición:

2/3	1	4/3	:	1	3/2	2/1

Tercera posición:

1/3	2/3	1	:	1	2/1	3/1

La tercera posición descendente es de hecho la primera posición de la serie, formando la segunda escala fundamental del metro 3/1; pero toda escala, igual que todo sonido, tiene las interpretaciones de absoluto y relativo, y en música debemos considerar ambos constantemente.

Series regulares

Las series regulares tienen como base las progresiones geométricas; siendo sus intervalos iguales entre sí, proporcionan uniformidad. Son la base del ritmo. Poco armónicas, tienen cierta monotonía al ser tocados sus valores sucesivamente. Proporcionan gran utilidad en música, dentro de los diversos aspectos que estudiaremos en los siguientes capítulos.

Cuando una serie regular esté constituída por un intervalo menor del 13/12, la denominaremos *escala cromática*.

Posiciones regulares

Todo intervalo indica por medio de sus valores la serie a la cual pertenece, pudiéndose interpretar en dos formas: una establece el concepto de posiciones armónicas; la otra, el concepto de posiciones regulares. Las posiciones regulares de un intervalo son el resultado de fijar el cofundamental como fundamental de otro intervalo cuyas relaciones sean iguales al primero. Por ejemplo, $3/2 \times 3/2 = 9/4$; $9/4 \times 3/2 = 27/8$, etc., obteniéndose la progresión geométrica 3/2, 9/4, 27/8, 81/16, ... En este caso el 3/2 se ha constituído en razón de la serie.

Para mover una escala por medio de sus posiciones regulares, bastará ir tomando sus respectivos grados como fundamentales, multiplicándolos sucesivamente por el valor que represente su metro musical. Por ejemplo, 1, 4/3, 5/3. Aplicando el concepto anotado, procederemos en esta forma: $4/3 \times 5/3 = 20/9$; $5/3 \times 5/3 = 25/9$; etc., lo cual proporciona el ordenamiento 1, 4/3, 5/3, 20/9, 25/9, ... Por lo tanto, las respectivas posiciones regulares de la segunda escala fundamental del metro 5/3, son las siguientes:

Primera posición:

1	4/3	5/3				

Segunda posición:

4/3	5/3	20/9	:	1	5/4	5/3

Tercera y primera posiciones:

5/3	20/9	25/9	:	1	4/3	5/3

etc.

Se ha anotado una posición como tercera y primera: es tercera posición de acuerdo con el orden que le corresponde, y a la vez primera por volverse a establecer en ella las mismas relaciones de la primera posición.

Las posiciones regulares nos conducen a diferentes terrenos musicales. Si a la segunda escala fundamental del 5/3, que nos ha servido en el ejemplo anterior, se agrega el 2/1, se transforma en la tercera escala fundamental del metro 2/1, y, en consecuencia, al moverla por medio de sus posiciones regulares, obtendremos un campo armónico diferente:

Primera posición:

1 4/3 5/3 2/1

Segunda posición:

4/3 5/3 2/1 8/3 : 1 5/4 3/2 2/1

Tercera posición:

5/3 2/1 8/3 10/3 : 1 6/5 8/5 2/1

Cuarta y primera posiciones:

2/1 8/3 10/3 4/1 : 1 4/3 5/3 2/1

etc.

Apréciase, en estos ejemplos, que toda escala, al moverse por medio de sus posiciones regulares, tendrá tantas diferentes posiciones cuantos sonidos la formen, sin contar el cofundamental, pues partiendo de éste, vuelven a formarse las mismas relaciones establecidas en su primera posición.

Hemos establecido que las posiciones regulares de una escala compleja regular son recíprocas entre sí; veamos en qué forma se muestra esta reciprocidad, tomando, por ejemplo, la escala siguiente:

Primera posición:

1 6/5 4/3 3/2 5/3 2/1

Segunda posición:

6/5 4/3 3/2 5/3 2/1 12/5

Tercera posición:

4/3 3/2 5/3 2/1 12/5 8/3

Cuarta posición:

3/2 5/3 2/1 12/5 8/3 3/1

Quinta posición:

5/3 2/1 12/5 8/3 3/1 10/3

Sexta y primera posiciones:

2/1 12/5 8/5 3/1 10/3 4/1

Considerando como absoluto el primer intervalo de cada posición, apreciaremos mejor las relaciones que guardan entre sí:

Primera posición:

1 6/5 4/3 3/2 5/3 2/1

Segunda posición:

1 10/9 5/4 25/18 5/3 2/1

Tercera posición:

1 9/8 5/4 3/2 9/5 2/1

Cuarta posición:

1 10/9 4/3 8/5 16/9 2/1

Quinta posición:

1 6/5 36/25 8/5 9/5 2/1

Sexta y primera posiciones:

1 6/5 4/3 3/2 5/3 2/1

La primera posición de toda escala compleja regular es recíproca de sí misma. En las respectivas posiciones regulares anteriores se aprecia, igualmente, que la segunda posición es recíproca de la quinta; la tercera, de la cuarta; a su vez la cuarta es recíproca de la tercera, y la quinta, de la segunda posición.

Puede decirse referente a los conceptos de posiciones armónicas y posiciones regulares, que las posiciones armónicas representan un lazo infinito, en el que van enlazándose todos los intervalos; las posiciones regulares nos indican la clasificación de esas relaciones en grupos que a su vez van uniéndose entre sí.

Acordes

En cierta forma, acorde y escala son sinónimos; la diferencia consiste únicamente en que una escala representa cierta sucesión de sonidos, y el acorde es esa misma sucesión tocada simultáneamente. En distinta expresión, un acorde representa un sonido complejo; en un grado mínimo de complejidad, dos sonidos tocados a la vez, cuyas frecuencias sean diferentes, es ya un acorde.

Los acordes están clasificados en dos formas: perfectos y quebrados. Es perfecto cuando la serie que lo expresa es continua, por ejemplo, 1, 5/4, 3/2; es acorde quebrado cuando la serie se encuentra interrumpida, por ejemplo, 1, 5/4, 3/2, 2/1.

El concepto de posiciones regulares clasifica en grupos los acordes de acuerdo con su grado de sencillez. Corresponde al intervalo 2/1 formar el primer acorde en su más simple grado de complejidad.

La segunda escala fundamental, 1, 3/2, 2/1, en su segunda posición regular, se constituye en 3/2, 2/1, 3/1; en este caso, guarda las mismas relaciones que su recíproca. Estas dos escalas forman el segundo grupo de acordes:

1	3/2	2/1
1	4/3	2/1

De la tercera escala fundamental del metro 2/1 y sus diversas posiciones regulares, obtenemos, en su primera posición, 1, 4/3, 5/3, 2/1; segunda posición, 4/3, 5/3, 2/1, 8/3; tercera posición, 5/3, 2/1, 8/3, 10/3; siendo sus respectivas recíprocas: primera posición, 1, 6/5, 3/2, 2/1; segunda posición, 3/4 1, 6/5, 3/2; tercera posición, 3/5, 3/4, 1, 6/5. Estos seis acordes forman el tercer grupo:

1	4/3	5/3	2/1
1	6/5	3/2	2/1
1	5/4	3/2	2/1
1	4/3	8/5	2/1
1	6/5	8/5	2/1
1	5/4	5/3	2/1

Desarrollando, a su vez, por medio de sus posiciones regulares la cuarta escala fundamental del 2/1, obtenemos el cuarto grupo de acordes, los cuales forman un total de ocho; sus respectivos valores son los siguientes:

1	5/4	3/2	7/4	2/1
1	8/7	4/3	8/5	2/1
1	6/5	7/5	8/5	2/1
1	5/4	10/7	5/3	2/1
1	7/6	4/3	5/3	2/1
1	6/5	3/2	12/7	2/1
1	8/7	10/7	12/7	2/1
1	7/6	7/5	7/4	2/1

El quinto grupo de acordes tiene como base la quinta escala fundamental del metro 2/1; en total son diez:

1	6/5	7/5	8/5	9/5	2/1
1	10/9	5/4	10/7	5/3	2/1
1	7/6	4/3	3/2	5/3	2/1
1	6/5	4/3	3/2	12/7	2/1
1	8/7	9/7	10/7	12/7	2/1
1	7/6	7/5	14/9	7/4	2/1
1	9/8	5/4	4/3	7/4	2/1
1	8/7	4/3	8/5	16/9	2/1
1	10/7	4/3	14/9	16/9	2/1
1	9/8	9/7	3/2	9/5	2/1

Fraccionando estos acordes se tendrá una idea más amplia de la riqueza armónica de la quinta escala fundamental, dentro de su desarrollo por medio del concepto de posiciones regulares. El conjunto de acordes que se expone a continuación, es el resultado de este procedimiento, apreciándose, entre ellos, naturalmente, los acordes originados en la tercera y cuarta escalas fundamentales:

1	9/8	5/4
1	10/9	5/4
1	8/7	9/7
1	9/8	9/7
1	7/6	4/3
1	8/7	4/3
1	10/9	4/3
1	6/5	4/3
1	6/5	7/5
1	7/6	7/5
1	9/7	10/7
1	10/9	10/7
1	8/7	10/7
1	5/4	10/7
1	4/3	3/2
1	9/8	3/2
1	5/4	3/2
1	6/5	3/2
1	7/6	3/2

1	9/7	3/2
1	4/3	14/9
1	7/6	14/9
1	10/9	14/9
1	7/5	14/9
1	6/5	8/5
1	4/3	8/5
1	7/5	8/5
1	8/7	8/5
1	3/2	5/3
1	10/9	5/3
1	4/3	5/3
1	5/4	5/3
1	7/6	5/3
1	10/7	5/3
1	10/7	12/7
1	6/5	12/7
1	9/7	12/7
1	4/3	12/7

1	8/7	12/7
1	3/2	12/7
1	5/4	7/4
1	7/5	7/4
1	9/8	7/4
1	14/9	7/4
1	3/2	7/4
1	7/6	7/4
1	14/9	16/9
1	8/7	16/9
1	4/3	16/9
1	10/9	16/9
1	8/5	16/9
1	7/5	9/5
1	9/7	9/5
1	6/5	9/5
1	3/2	9/5
1	8/5	9/5
1	9/8	9/5

1	8/7	9/7	10/7
1	10/9	5/4	10/7
1	7/6	4/3	3/2
1	9/8	9/7	3/2
1	9/8	5/4	3/2
1	6/5	4/3	3/2
1	10/9	4/3	14/9
1	7/6	7/5	14/9
1	6/5	7/5	8/5
1	8/7	4/3	8/5
1	7/6	4/3	5/3
1	5/4	10/7	5/3
1	4/3	3/2	5/3
1	10/9	5/4	5/3
1	7/6	3/2	5/3
1	10/9	10/7	5/3
1	8/7	9/7	12/7
1	4/3	3/2	12/7
1	9/7	10/7	12/7
1	6/5	4/3	12/7

1	8/7	10/7	12/7
1	6/5	3/2	12/7
1	5/4	3/2	7/4
1	7/6	7/5	7/4
1	9/3	5/4	7/4
1	7/5	14/9	7/4
1	9/8	3/2	7/4
1	7/6	14/9	7/4
1	4/3	14/9	16/9
1	8/7	4/3	16/9
1	10/9	4/3	16/9
1	4/3	8/5	16/9
1	10/9	14/9	16/9
1	8/7	8/5	16/9
1	6/5	7/5	9/5
1	9/7	3/2	9/5
1	7/5	8/5	9/5
1	9/8	9/7	9/5
1	6/5	8/5	9/5
1	9/8	3/2	9/5

1	7/6	4/3	3/2	5/3
1	10/9	5/4	10/7	5/3
1	8/7	9/7	10/7	12/7
1	6/5	4/3	3/2	12/7
1	9/8	5/4	3/2	7/4

1	7/6	7/5	14/9	7/4
1	10/9	4/3	14/9	16/9
1	8/7	4/3	8/5	16/9
1	6/5	7/5	8/5	9/5
1	9/8	9/7	3/2	9/5

Alternaciones

Este concepto establece la alternación sucesiva de un acorde o escala fundamental con su respectiva recíproca o recíproca-gradual, moviendo los fundamentales a cualquier grado; por ejemplo:

1	4/3	5/3
6/5	3/2	2/1
36/25	48/25	12/5
216/125	54/25	72/25
etc.		

En este caso, el primer acorde está constituido por un intervalo de 4/3 y uno de 5/4; el segundo acorde, por 5/4 y 4/3, respectivamente. Estas relaciones van alternándose en diversas alturas, teniendo la serie de fundamentales, como valor constante, 36/25.

Sirviéndonos de diferentes recíprocas-graduales y aplicando como razón 9/8 a la serie de fundamentales, se obtiene:

1	4/3	5/3
16/15	4/3	16/9
9/8	3/2	15/8
6/5	3/2	2/1
etc.		

Considerando el acorde que nos sirve de ejemplo en un ordenamiento igual a la serie 4/3, 5/4, 6/5, etc., y alternándolo con su respectivo recíproco, obtendremos lo siguiente:

1	4/3	5/3
1	5/4	5/3
4/3	16/9	20/9
4/3	5/3	20/9
5/3	20/9	25/9
5/3	25/12	25/9
etc.		

En los anteriores ejemplos se ha procedido colocando la serie de fundamentales de acuerdo con cierto ordenamiento, pero el acorde transportado por medio del concepto de alternaciones tiene absoluta libertad, pudiéndose mover en forma completamente irregular. De la alternación de una escala fundamental con sus respectivas recíprocas-graduales, se obtendrá siempre una sucesión de acordes en perfecta armonía.

Tablas armónicas

Comprende, una tabla armónica, determinada sucesión de relaciones en las cuales la unidad sirve de eje a una serie armónica parcial y a su recíproca, o viceversa. Todo intervalo tiene su respectiva tabla armónica.

Las tablas armónicas enlazan entre sí todas las escalas fundamentales y recíprocas, representando en música una fuente inagotable de recursos y enseñanzas. Léanse horizontal, vertical y diagonalmente.

Tabla armónica del 2/1

						1						
					1/2	1	2/1					
				1/3	2/3	1	3/2	3/1				
			1/4	1/2	3/4	1	4/3	2/1	4/1			
		1/5	2/5	3/5	4/5	1	5/4	5/3	5/2	5/1		
	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1	6/5	3/2	2/1	3/1	6/1	
1/7	2/7	3/7	4/7	5/7	6/7	1	7/6	7/5	7/4	7/3	7/2	7/1
						etc.						

Tabla armónica del 3/2

						1						
					2/3	1	3/2					
				1/2	3/4	1	4/3	2/1				
			2/5	3/5	4/5	1	5/4	5/3	5/2			
		1/3	1/2	2/3	5/6	1	6/5	3/2	2/1	3/1		
	2/7	3/7	4/7	5/7	6/7	1	7/6	7/5	7/4	7/3	7/2	
1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	1	8/7	4/3	8/5	2/1	8/3	4/1
						etc.						

Tabla armónica del 4/3

						1						
					3/4	1	4/3					
				3/5	4/5	1	5/4	5/3				
			1/2	2/3	5/6	1	6/5	3/2	2/1			
		3/7	4/7	5/7	6/7	1	7/6	7/5	7/4	7/3		
	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	1	8/7	4/3	8/5	2/1	8/3	
1/3	4/9	5/9	2/3	7/9	8/9	1	9/8	9/7	3/2	9/5	9/4	3/1
						etc.						

Tabla armónica del 5/3

					1					
				3/5	1	5/3				
			3/7	5/7	1	7/5	7/3			
		1/3	5/9	7/9	1	9/7	9/5	3/1		
	3/11	5/11	7/11	9/11	1	11/9	11/7	11/5	11/3	
3/13	5/13	7/13	9/13	11/13	1	13/11	13/9	13/7	13/5	13/3
					etc.					

Tabla armónica del 6/5

					1					
				5/6	1	6/5				
			5/7	6/7	1	7/6	7/5			
		5/8	3/4	7/8	1	8/7	4/3	8/5		
	5/9	2/3	7/9	8/9	1	9/8	9/7	3/2	9/5	
5/10	3/5	7/10	4/5	9/10	1	10/9	5/4	10/7	5/3	2/1
					etc.					

Tabla armónica del 5/4

					1					
				4/5	1	5/4				
			2/3	5/6	1	6/5	3/2			
		4/7	5/7	6/7	1	7/6	7/5	7/4		
	1/2	5/8	3/4	7/8	1	8/7	4/3	8/5	2/1	
4/9	5/9	2/3	7/9	8/9	1	9/8	9/7	3/2	9/5	9/4
					etc.					

Tabla armónica del 8/5

					1					
				5/8	1	8/5				
			5/11	8/11	1	11/8	11/5			
		5/14	4/7	11/14	1	14/11	7/4	14/5		
	5/17	8/17	11/17	14/17	1	17/14	17/11	17/8	17/5	
1/4	2/5	11/20	7/10	17/20	1	20/17	10/7	20/11	5/2	4/1
					etc.					

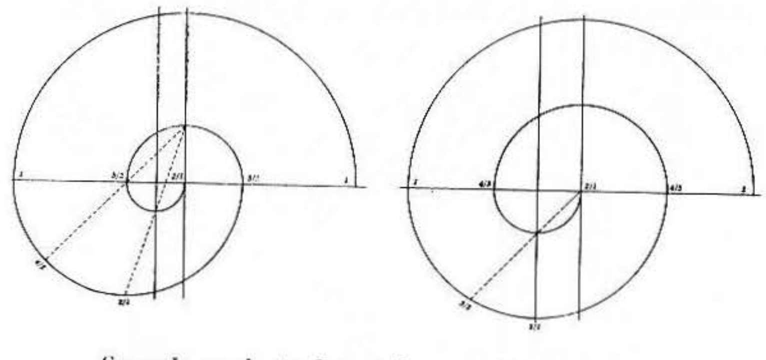
Tabla armónica del 7/4

					1					
				4/7	1	7/4				
			2/5	7/10	1	10/7	5/2			
		4/13	7/13	10/13	1	13/10	13/7	13/4		
	1/4	7/16	5/8	13/16	1	16/13	8/5	16/7	4/1	
4/19	7/19	10/19	13/19	16/19	1	19/16	19/13	19/10	19/7	19/4
					etc.					

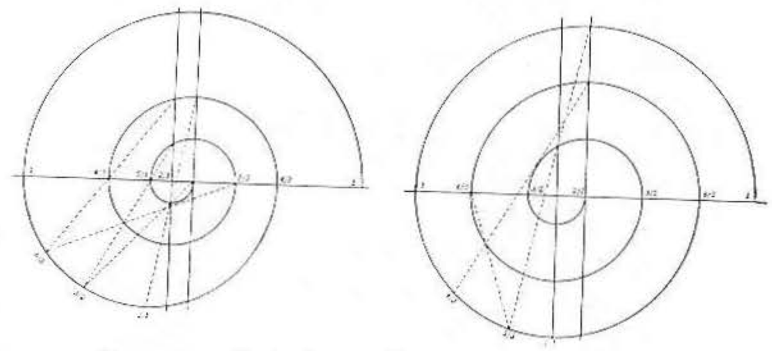
Tabla armónica del 8/7

					1					
				7/8	1	8/7				
			7/9	8/9	1	9/8	9/7			
		7/10	4/5	9/10	1	10/9	5/4	10/7		
	7/11	8/11	9/11	10/11	1	11/10	11/9	11/8	11/7	
7/12	2/3	3/4	5/6	11/12	1	12/11	6/5	4/3	3/2	12/7
					etc.					

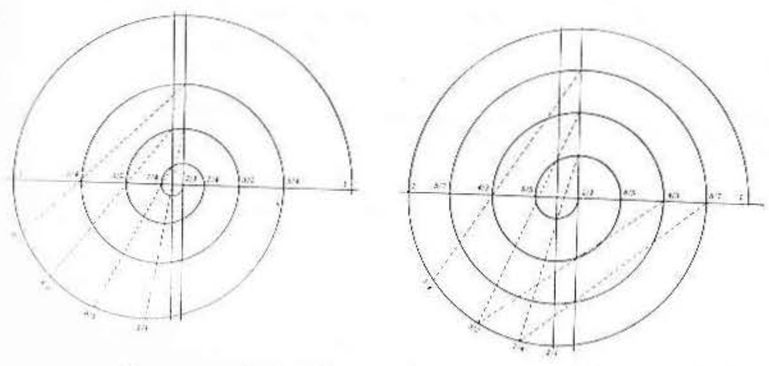
Las escalas fundamentales, recíprocas, y en general todos los conceptos armónicos que hemos expuesto, pueden ser aplicados en acústica como base de diferentes cajas sonoras, obteniendo figuras geométricas sumamente variadas. Mostramos a continuación unos cuantos ejemplos usando las formas más sencillas.



Segunda escala fundamental y respectiva recíproca.

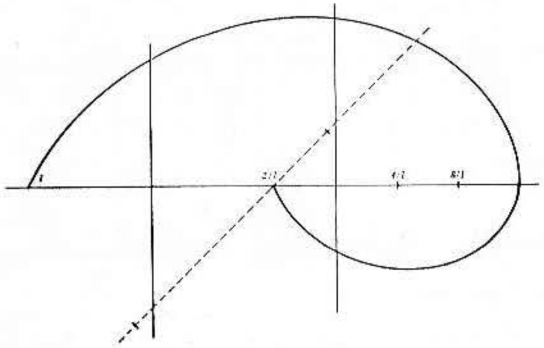


Tercera escala fundamental y respectiva recíproca.

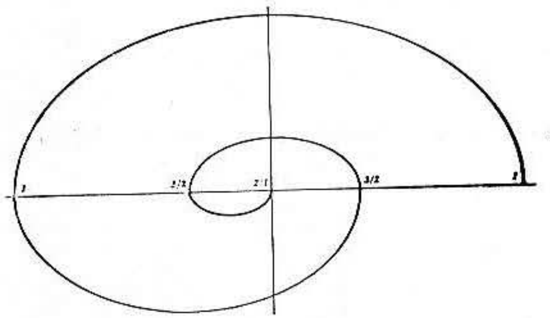


Cuarta escala fundamental y respectiva recíproca.

Dentro de un grado mayor de complejidad obtendríamos las gráficas siguientes:



Primera escala fundamental.



Segunda escala fundamental.

Expuestos en este capítulo los principios armónicos que establecen las bases de la armonía general, aplicaremos los conceptos enunciados a la música práctica en los capítulos siguientes.

Capítulo Segundo

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

De la teoría a la práctica

En el capítulo anterior hemos tratado sobre el ordenamiento de la perfecta armonía. Descendiendo de esas regiones ideales, nos encontramos con esta realidad: ¿hay medios con qué producir la música nacida de esas combinaciones sonoras? Más aún, suponiendo que se pudieren solucionar los problemas mecánicos para crear esa música, ¿ésta sería práctica? En ambos casos, la contestación es negativa; el uso de los intervalos en su justo valor y amplio desarrollo es algo fantástico.

La principal dificultad al crear música con intervalos reales, consiste en el empleo constante de relaciones desiguales entre sí. Dentro del terreno musical, la parte fisiológica, que de ninguna manera podemos eludir, nos indica la forma de subsanar este inconveniente: el oído no aprecia la diferencia de intervalo a intervalo cuando es mínima.

Este hecho nos conduce a estudiar progresiones cuyos valores sean iguales entre sí, y las cuales se acerquen en tal grado a las escalas fundamentales, que al hacer música, sea imposible precisar si ésta es el resultado de una progresión aritmética o lo es de una geométrica. Una vez obtenida la progresión deseada, apliquemos a ella los principios enunciados, logrando entonces una firme base armónica y la facilidad de producirla, aunando así la teoría y la práctica.

Sirviendo como punto de comparación las escalas fundamentales, debemos sujetarnos a su ordenamiento. Cualquiera de las progresiones geométricas que se estudie, para obtener de ellas la primera cualidad musical, es necesario que comprenda la relación 2/1, la cual nos servirá como términos extremos.

En los guarismos que constituyen las progresiones geométricas que vamos a exponer más adelante, deben servirnos los milésimos como punto de comparación. Fijar referencias muy bajas o demasiado altas se presta a confusiones; en el primer caso, fracciones insignificantes resultan desproporciones en la práctica; el defecto se invierte al tomar promedios muy elevados.

Para obtener una buena *imitación* de una escala fundamental, es conveniente considerar un valor variable de aproximación de acuerdo con su grado de sencillez. Son buenas imitaciones de los intervalos 3/2 y 4/3 las que no lleguen, ya sea por exceso o deficiencia, a dos milésimos; de los intervalos 5/3, 6/5, 5/4 y 8/5, cuando su aproximación sea alrededor de tres; pasando el margen de cuatro milésimos, hay que tener en cuenta el fenómeno físico de las pulsaciones, del que trataremos con más amplitud en el Capítulo Tercero.

Este fenómeno determina por qué muchas progresiones geométricas no son de utilidad en música: cuando una progresión geométrica tiene valores de aproximación a las relaciones sencillas, puede ser de utilidad; cuando son bastante lejanas, pueden ser aceptables también; pero si están en un campo de pulsaciones en las que éstas no se produzcan en forma lenta o muy rápida, entonces resultan intolerables para el oído. Podemos considerar este espacio entre .004 y .009.

Aunque se han anotado diferentes grupos de relaciones, de hecho es suficiente con comparar el intervalo que podemos considerar como llave de su respectivo grupo; según sea la aproximación a él dada así será la que se obtenga de los restantes.

Como primera comparación veamos el $3/2 = 1.5$; después la aproximación que proporciona la progresión al $5/3 = 1.667$; al $7/4 = 1.75$, y, finalmente, el $9/5 = 1.8$. El 1.5 muestra si la progresión en estudio se aproxima a la segunda escala fundamental del metro octava. El 1.667 si proporciona imitación de la tercera escala fundamental. El 1.75, el grado de semejanza que pueda adquirirse de la cuarta escala fundamental. Por último, el 1.8 nos facilitará el empleo de la quinta escala fundamental del metro 2/1. No es necesario, por ahora, hacer más compa-

raciones, pero ellas deben sujetarse a este orden, puesto que hay progresiones con buenas imitaciones de determinados intervalos, sin proporcionar, primero, los más inmediatos en el orden armónico.

Progresiones geométricas

La primera progresión geométrica será igual a 1, 2, 4, 8, 16, . . . Toda vez que los valores de la relación 2:1 nos sirven como factores extremos, las progresiones expuestas a continuación se constituyen en respectivas raíces de dos:

2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.4142	1.2600	1.1892	1.1487	1.1225	1.1040	1.0905	1.0801
2	1.5874	1.4142	1.3195	1.2600	1.2190	1.1892	1.1665
	2	1.6818	1.5157	1.4142	1.3459	1.2969	1.2600
		2	1.7411	1.5874	1.4860	1.4142	1.3608
			2	1.7818	1.6407	1.5422	1.4697
				2	1.8114	1.6818	1.5874
					2	1.8340	1.7145
						2	1.8518
							2

10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0718	1.0650	1.0595	1.0548	1.0507	1.0473	1.0443	1.0416
1.1487	1.1343	1.1225	1.1125	1.1040	1.0968	1.0905	1.0850
1.2312	1.2081	1.1892	1.1735	1.1601	1.1487	1.1388	1.1302
1.3195	1.2867	1.2600	1.2377	1.2190	1.2030	1.1892	1.1772
1.4142	1.3703	1.3348	1.3055	1.2809	1.2600	1.2419	1.2262
1.5157	1.4594	1.4142	1.3770	1.3459	1.3195	1.2969	1.2772
1.6245	1.5544	1.4983	1.4524	1.4142	1.3819	1.3543	1.3303
1.7411	1.6555	1.5874	1.5320	1.4860	1.4473	1.4142	1.3857
1.8661	1.7632	1.6818	1.6159	1.5614	1.5157	1.4768	1.4434
2	1.8779	1.7818	1.7044	1.6407	1.5874	1.5422	1.5035
	2	1.8877	1.7938	1.7239	1.6625	1.6105	1.5661
		2	1.8962	1.8114	1.7411	1.6818	1.6312
			2	1.9034	1.8235	1.7562	1.6991
				2	1.9097	1.8340	1.7698
					2	1.9152	1.8434
						2	1.9201
							2

18ª	19ª	20ª	21ª	22ª	23ª	24ª	25ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0393	1.0371	1.0353	1.0336	1.0320	1.0306	1.0293	1.0281
1.0801	1.0757	1.0718	1.0682	1.0650	1.0621	1.0595	1.0570
1.1225	1.1157	1.1096	1.1041	1.0991	1.0946	1.0905	1.0867
1.1665	1.1571	1.1487	1.1412	1.1343	1.1281	1.1225	1.1173
1.2123	1.2001	1.1892	1.1794	1.1706	1.1626	1.1553	1.1487
1.2600	1.2447	1.2312	1.2190	1.2081	1.1982	1.1892	1.1810
1.3095	1.2909	1.2746	1.2600	1.2468	1.2348	1.2241	1.2142
1.3608	1.3389	1.3195	1.3022	1.2867	1.2726	1.2600	1.2483
1.4142	1.3887	1.3660	1.3459	1.3278	1.3116	1.2969	1.2934
1.4697	1.4403	1.4142	1.3911	1.3703	1.3517	1.3348	1.3195
1.5275	1.4938	1.4641	1.4378	1.4142	1.3930	1.3740	1.3566
1.5874	1.5493	1.5157	1.4860	1.4594	1.4356	1.4142	1.3947
1.6497	1.6068	1.5692	1.5359	1.5061	1.4795	1.4558	1.4339
1.7145	1.6665	1.6245	1.5874	1.5544	1.5248	1.4983	1.4742
1.7818	1.7285	1.6818	1.6407	1.6042	1.5715	1.5422	1.5157
1.8518	1.7927	1.7411	1.6957	1.6555	1.6195	1.5874	1.5583
1.9245	1.8593	1.8025	1.7526	1.7085	1.6690	1.6339	1.6022
2	1.9284	1.8661	1.8114	1.7632	1.7201	1.6818	1.6472
	2	1.9319	1.8722	1.8196	1.7727	1.7311	1.6935
		2	1.9351	1.8779	1.8270	1.7818	1.7411
			2	1.9380	1.8829	1.8340	1.7900
				2	1.9405	1.8877	1.8403
					2	1.9431	1.8921
						2	1.9452
							2

26ª	27ª	28ª	29ª	30ª	31ª	32ª	33ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0270	1.0260	1.0251	1.0242	1.0234	1.0226	1.0219	1.0212
1.0548	1.0527	1.0507	1.0490	1.0473	1.0457	1.0443	1.0430
1.0833	1.0801	1.0770	1.0744	1.0718	1.0694	1.0671	1.0650
1.1125	1.1082	1.1040	1.1003	1.0968	1.0936	1.0905	1.0876
1.1426	1.1370	1.1317	1.1269	1.1225	1.1183	1.1144	1.1107
1.1735	1.1665	1.1601	1.1542	1.1487	1.1435	1.1388	1.1343
1.2052	1.1968	1.1892	1.1821	1.1775	1.1694	1.1637	1.1584
1.2377	1.2280	1.2190	1.2107	1.2030	1.1958	1.1892	1.1830
1.2711	1.2600	1.2493	1.2400	1.2312	1.2228	1.2152	1.2081
1.3055	1.2927	1.2809	1.2690	1.2600	1.2505	1.2419	1.2337
1.3408	1.3263	1.3130	1.3008	1.2894	1.2788	1.2691	1.2600
1.3770	1.3608	1.3459	1.3322	1.3195	1.3077	1.2969	1.2867
1.4142	1.3962	1.3796	1.3644	1.3503	1.3373	1.3253	1.3139
1.4524	1.4325	1.4142	1.3974	1.3819	1.3676	1.3543	1.3418
1.4916	1.4697	1.4497	1.4312	1.4142	1.3985	1.3839	1.3703
1.5320	1.5079	1.4860	1.4658	1.4473	1.4301	1.4142	1.3993
1.5735	1.5471	1.5233	1.5013	1.4811	1.4624	1.4451	1.4290
1.6159	1.5874	1.5614	1.5376	1.5157	1.4956	1.4768	1.4594
1.6595	1.6287	1.6005	1.5748	1.5512	1.5293	1.5091	1.4904
1.7044	1.6711	1.6407	1.6129	1.5874	1.5639	1.5422	1.5221
1.7505	1.7145	1.6818	1.6519	1.6245	1.5993	1.5760	1.5544
1.7976	1.7591	1.7239	1.6918	1.6625	1.6355	1.6105	1.5874
1.8464	1.8049	1.7671	1.7327	1.7013	1.6725	1.6458	1.6211
1.8962	1.8518	1.8114	1.7746	1.7411	1.7102	1.6818	1.6555
1.9474	1.8999	1.8563	1.8175	1.7818	1.7489	1.7186	1.6906
2	1.9493	1.9034	1.8615	1.8235	1.7884	1.7562	1.7265
	2	1.9511	1.9065	1.8661	1.8288	1.7947	1.7632
		2	1.9527	1.9097	1.8702	1.8340	1.8006
			2	1.9543	1.9125	1.8742	1.8389
				2	1.9558	1.9152	1.8779
					2	1.9571	1.9177
						2	1.9584
							2

34ª	35ª	36ª	37ª	38ª	39ª	40ª	41ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0206	1.0200	1.0194	1.0189	1.0184	1.0179	1.0175	1.0170
1.0416	1.0404	1.0393	1.0382	1.0371	1.0362	1.0353	1.0344
1.0630	1.0612	1.0595	1.0578	1.0562	1.0548	1.0534	1.0520
1.0849	1.0824	1.0801	1.0778	1.0757	1.0737	1.0718	1.0699
1.1073	1.1040	1.1011	1.0981	1.0955	1.0930	1.0905	1.0881
1.1302	1.1261	1.1225	1.1189	1.1157	1.1125	1.1096	1.1066
1.1535	1.1487	1.1443	1.1401	1.1362	1.1325	1.1290	1.1255
1.1773	1.1717	1.1665	1.1617	1.1571	1.1528	1.1487	1.1448
1.2015	1.1951	1.1892	1.1836	1.1784	1.1735	1.1688	1.1643
1.2262	1.2190	1.2123	1.2060	1.2001	1.1945	1.1892	1.1842
1.2514	1.2434	1.2359	1.2288	1.2222	1.2160	1.2100	1.2044
1.2772	1.2681	1.2600	1.2521	1.2447	1.2377	1.2312	1.2249
1.3035	1.2935	1.2845	1.2758	1.2676	1.2600	1.2527	1.2458
1.3303	1.3195	1.3095	1.2999	1.2909	1.2825	1.2746	1.2670
1.3577	1.3459	1.3348	1.3245	1.3146	1.3055	1.2969	1.2886
1.3857	1.3728	1.3608	1.3495	1.3389	1.3289	1.3195	1.3106
1.4142	1.4003	1.3873	1.3750	1.3635	1.3527	1.3426	1.3330
1.4434	1.4283	1.4142	1.4010	1.3887	1.3770	1.3660	1.3557
1.4731	1.4569	1.4417	1.4275	1.4142	1.4017	1.3899	1.3788
1.5035	1.4860	1.4697	1.4545	1.4403	1.4268	1.4142	1.4023
1.5345	1.5157	1.4983	1.4821	1.4668	1.4524	1.4389	1.4262
1.5661	1.5460	1.5275	1.5101	1.4938	1.4785	1.4641	1.4505
1.5983	1.5769	1.5572	1.5386	1.5213	1.5050	1.4897	1.4752
1.6312	1.6084	1.5874	1.5677	1.5493	1.5320	1.5157	1.5004
1.6648	1.6407	1.6183	1.5973	1.5778	1.5595	1.5422	1.5260
1.6991	1.6735	1.6597	1.6275	1.6068	1.5874	1.5692	1.5520
1.7341	1.7070	1.6818	1.6583	1.6364	1.6159	1.5966	1.5785
1.7698	1.7411	1.7145	1.6896	1.6665	1.6448	1.6245	1.6053
1.8062	1.7759	1.7479	1.7215	1.6972	1.6943	1.6529	1.6327
1.8434	1.8114	1.7818	1.7540	1.7285	1.7044	1.6818	1.6605
1.8817	1.8476	1.8164	1.7872	1.7603	1.7350	1.7112	1.6888
1.9201	1.8845	1.8518	1.8210	1.7927	1.7661	1.7411	1.7177
1.9596	1.9222	1.8877	1.8554	1.8257	1.7978	1.7715	1.7470
2	1.9606	1.9245	1.8905	1.8593	1.8300	1.8025	1.7768
	2	1.9619	1.9263	1.8935	1.8628	1.8340	1.8071
		2	1.9628	1.9284	1.8962	1.8661	1.8378
			2	1.9638	1.9302	1.8987	1.8691
				2	1.9648	1.9319	1.9010
					2	1.9656	1.9334
						2	1.9665
							2

42ª	43ª	44ª	45ª	46ª	47ª	48ª	49ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0166	1.0162	1.0159	1.0155	1.0152	1.0148	1.0145	1.0142
1.0336	1.0328	1.0320	1.0313	1.0306	1.0299	1.0292	1.0287
1.0507	1.0496	1.0484	1.0473	1.0462	1.0452	1.0443	1.0434
1.0682	1.0666	1.0650	1.0636	1.0621	1.0608	1.0595	1.0582
1.0860	1.0839	1.0819	1.0801	1.0782	1.0765	1.0749	1.0735
1.1041	1.1015	1.0991	1.0969	1.0946	1.0925	1.0905	1.0886
1.1225	1.1194	1.1165	1.1139	1.1112	1.1087	1.1064	1.1041
1.1412	1.1376	1.1343	1.1312	1.1281	1.1252	1.1225	1.1198
1.1601	1.1561	1.1523	1.1487	1.1452	1.1419	1.1388	1.1357
1.1794	1.1749	1.1706	1.1665	1.1626	1.1589	1.1553	1.1519
1.1991	1.1940	1.1892	1.1846	1.1803	1.1761	1.1721	1.1683
1.2190	1.2134	1.2081	1.2030	1.1982	1.1936	1.1892	1.1850
1.2393	1.2331	1.2273	1.2217	1.2164	1.2113	1.2065	1.2019
1.2600	1.2531	1.2468	1.2406	1.2348	1.2293	1.2241	1.2190
1.2809	1.2735	1.2666	1.2600	1.2537	1.2476	1.2419	1.2364
1.3022	1.2942	1.2867	1.2794	1.2726	1.2661	1.2600	1.2540
1.3239	1.3152	1.3071	1.2993	1.2919	1.2849	1.2783	1.2719
1.3459	1.3366	1.3278	1.3195	1.3116	1.3040	1.2969	1.2900
1.3683	1.3583	1.3489	1.3400	1.3315	1.3234	1.3157	1.3084
1.3911	1.3804	1.3703	1.3608	1.3517	1.3431	1.3348	1.3270
1.4142	1.4028	1.3921	1.3819	1.3722	1.3631	1.3542	1.3459
1.4378	1.4256	1.4142	1.4034	1.3930	1.3834	1.3740	1.3651
1.4617	1.4488	1.4367	1.4252	1.4142	1.4039	1.3938	1.3846
1.4860	1.4723	1.4594	1.4473	1.4356	1.4248	1.4142	1.4043
1.5107	1.4963	1.4826	1.4697	1.4574	1.4460	1.4348	1.4243
1.5359	1.5206	1.5061	1.4925	1.4795	1.4675	1.4558	1.4446
1.5614	1.5453	1.5301	1.5157	1.5020	1.4893	1.4768	1.4652
1.5874	1.5704	1.5544	1.5392	1.5248	1.5113	1.4983	1.4860
1.6138	1.5959	1.5791	1.5631	1.5480	1.5337	1.5201	1.5072
1.6407	1.6218	1.6042	1.5874	1.5715	1.5565	1.5422	1.5287
1.6679	1.6482	1.6297	1.6121	1.5954	1.5796	1.5646	1.5505
1.6957	1.6750	1.6555	1.6371	1.6195	1.6030	1.5874	1.5726
1.7239	1.7022	1.6818	1.6625	1.6441	1.6268	1.6105	1.5950
1.7526	1.7299	1.7085	1.6882	1.6690	1.6510	1.6339	1.6177
1.7818	1.7580	1.7357	1.7145	1.6943	1.6755	1.6577	1.6407
1.8114	1.7866	1.7632	1.7411	1.7201	1.7005	1.6818	1.6641
1.8416	1.8156	1.7912	1.7681	1.7462	1.7258	1.7062	1.6878
1.8722	1.8451	1.8196	1.7956	1.7727	1.7514	1.7311	1.7178
1.9034	1.8751	1.8485	1.8235	1.7997	1.7774	1.7563	1.7362
1.9351	1.9056	1.8779	1.8518	1.8270	1.8037	1.7818	1.7609
1.9673	1.9366	1.9077	1.8806	1.8548	1.8305	1.8017	1.7859
2	1.9680	1.9380	1.9097	1.8829	1.8577	1.8340	1.8114
	2	1.9633	1.9395	1.9115	1.8854	1.8607	1.8372
		2	1.9695	1.9405	1.9134	1.8877	1.8634
			2	1.9700	1.9418	1.9152	1.8900
				2	1.9707	1.9431	1.9169
					2	1.9713	1.9442
						2	1.9719
							2

50ª	51ª	52ª	53ª	54ª	55ª	56ª	57ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0139	1.0137	1.0134	1.0132	1.0129	1.0127	1.0125	1.0122
1.0281	1.0275	1.0270	1.0265	1.0260	1.0256	1.0251	1.0246
1.0425	1.0416	1.0408	1.0400	1.0392	1.0386	1.0379	1.0371
1.0570	1.0559	1.0548	1.0537	1.0527	1.0518	1.0507	1.0498
1.0718	1.0703	1.0689	1.0676	1.0663	1.0650	1.0638	1.0626
1.0867	1.0850	1.0831	1.0816	1.0801	1.0785	1.0770	1.0757
1.1019	1.0998	1.0978	1.0959	1.0940	1.0922	1.0904	1.0889
1.1173	1.1149	1.1125	1.1103	1.1082	1.1060	1.1040	1.1022
1.1329	1.1302	1.1274	1.1249	1.1225	1.1201	1.1178	1.1157
1.1487	1.1457	1.1426	1.1397	1.1370	1.1343	1.1317	1.1293
1.1647	1.1614	1.1580	1.1547	1.1517	1.1486	1.1458	1.1431
1.1810	1.1772	1.1735	1.1699	1.1665	1.1632	1.1601	1.1571
1.1975	1.1933	1.1892	1.1853	1.1815	1.1780	1.1746	1.1713
1.2142	1.2096	1.2052	1.2009	1.1968	1.1929	1.1892	1.1856
1.2311	1.2262	1.2214	1.2157	1.2123	1.2081	1.2040	1.2001
1.2483	1.2420	1.2377	1.2327	1.2280	1.2234	2.2190	1.2148
1.2657	1.2600	1.2543	1.2490	1.2439	1.2389	1.2342	1.2297
1.2834	1.2772	1.2711	1.2654	1.2600	1.2546	1.2496	1.2447
1.3013	1.2946	1.2882	1.2821	1.2762	1.2705	1.2652	1.2600
1.3195	1.3123	1.3055	1.2989	1.2927	1.2867	1.2809	1.2753
1.3379	1.3303	1.3230	1.3160	1.3094	1.3030	1.2968	1.2909
1.3566	1.3485	1.3408	1.3334	1.3263	1.3195	1.3130	1.3067
1.3755	1.3670	1.3588	1.3509	1.3434	1.3362	1.3294	1.3228
1.3947	1.3857	1.3770	1.3687	1.3608	1.3532	1.3459	1.3389
1.4142	1.4046	1.3955	1.3867	1.3784	1.3703	1.3625	1.3552
1.4339	1.4239	1.4142	1.4050	1.3962	1.3877	1.3796	1.3718
1.4539	1.4434	1.4332	1.4235	1.4142	1.4053	1.3968	1.3887
1.4742	1.4632	1.4524	1.4422	1.4325	1.4231	1.4142	1.4057
1.4948	1.4833	1.4719	1.4612	1.4510	1.4412	1.4318	1.4229
1.5157	1.5035	1.4916	1.4804	1.4697	1.4594	1.4497	1.4403
1.5368	1.5241	1.5116	1.4999	1.4887	1.4779	1.4677	1.4579
1.5583	1.5450	1.5320	1.5197	1.5079	1.4967	1.4860	1.4757
1.5801	1.5661	1.5526	1.5397	1.5274	1.5157	1.5045	1.4938
1.6022	1.5874	1.5735	1.5599	1.5471	1.5349	1.5233	1.5121
1.6245	1.6092	1.5946	1.5805	1.5671	1.5544	1.5423	1.5306
1.6472	1.6312	1.6159	1.6013	1.5874	1.5741	1.5615	1.5493
1.6703	1.6535	1.6376	1.6224	1.6078	1.5941	1.5810	1.5682
1.6935	1.6762	1.6595	1.6437	1.6287	1.6143	1.6006	1.5874
1.7171	1.6991	1.6818	1.6654	1.6497	1.6348	1.6204	1.6068
1.7411	1.7223	1.7044	1.6873	1.6711	1.6555	1.6407	1.6265
1.7654	1.7459	1.7273	1.7095	1.6927	1.6765	1.6611	1.6464
1.7900	1.7698	1.7505	1.7320	1.7145	1.6978	1.6818	1.6665
1.8150	1.7940	1.7740	1.7548	1.7366	1.7193	1.7027	1.6869
1.8403	1.8186	1.7978	1.7779	1.7591	1.7411	1.7239	1.7075
1.8660	1.8435	1.8219	1.8013	1.7818	1.7632	1.7454	1.7285
1.8921	1.8686	1.8464	1.8250	1.8049	1.7856	1.7671	1.7496
1.9185	1.8942	1.8712	1.8490	1.8282	1.8083	1.7891	1.7710
1.9452	1.9201	1.8962	1.8734	1.8518	1.8312	1.8114	1.7927
1.9724	1.9464	1.9215	1.8980	1.8757	1.8544	1.8340	1.9137
2	1.9730	1.9474	1.9230	1.8999	1.8779	1.8568	1.8359
	2	1.9734	1.9483	1.9244	1.9017	1.8799	1.8593
		2	1.9740	1.9493	1.9258	1.9034	1.8821
			2	1.9744	1.9502	1.9271	1.9051
				2	1.9749	1.9511	1.9284
					2	1.9754	1.9520
						2	1.9759
							2

58ª	59ª	60ª	61ª	62ª	63ª	64ª	65ª
1	1	1	1	1	1	1	1
1.0120	1.0118	1.0116	1.0114	1.0112	1.0111	1.0109	1.0107
1.0242	1.0238	1.0234	1.0230	1.0226	1.0223	1.0219	1.0215
1.0365	1.0359	1.0353	1.0347	1.0341	1.0336	1.0330	1.0325
1.0490	1.0481	1.0473	1.0465	1.0457	1.0450	1.0443	1.0436
1.0616	1.0605	1.0595	1.0585	1.0575	1.0565	1.0557	1.0547
1.0744	1.0730	1.0718	1.0706	1.0694	1.0682	1.0671	1.0661
1.0873	1.0857	1.0842	1.0828	1.0814	1.0801	1.0787	1.0775
1.1003	1.0985	1.0968	1.0952	1.0936	1.0920	1.0905	1.0890
1.1135	1.1115	1.1096	1.1077	1.1059	1.1040	1.1024	1.1007
1.1269	1.1246	1.1225	1.1203	1.1183	1.1162	1.1144	1.1125
1.1404	1.1379	1.1355	1.1331	1.1308	1.1286	1.1265	1.1244
1.1542	1.1514	1.1487	1.1461	1.1435	1.1412	1.1388	1.1365
1.1681	1.1650	1.1620	1.1592	1.1563	1.1538	1.1512	1.1487
1.1821	1.1788	1.1755	1.1725	1.1694	1.1665	1.1637	1.1610
1.1963	1.1927	1.1892	1.1858	1.1825	1.1794	1.1764	1.1734
1.2107	1.2068	1.2030	1.1994	1.1958	1.1924	1.1892	1.1860
1.2252	1.2210	1.2170	1.2131	1.2092	1.2056	1.2021	1.1987
1.2400	1.2354	1.2312	1.2270	1.2228	1.2190	1.2152	1.2116
1.2549	1.2501	1.2455	1.2410	1.2366	1.2325	1.2285	1.2246
1.2690	1.2649	1.2600	1.2552	1.2505	1.2461	1.2419	1.2377
1.2853	1.2798	1.2746	1.2696	1.2646	1.2600	1.2554	1.2510
1.3008	1.2949	1.2894	1.2841	1.2788	1.2738	1.2691	1.2644
1.3164	1.3102	1.3044	1.2988	1.2932	1.2879	1.2829	1.2779
1.3322	1.3257	1.3195	1.3136	1.3077	1.3022	1.2969	1.2916
1.3482	1.3414	1.3348	1.3286	1.3224	1.3166	1.3110	1.3055
1.3644	1.3572	1.3503	1.3438	1.3373	1.3312	1.3253	1.3195
1.3808	1.3733	1.3660	1.3592	1.3524	1.3459	1.3397	1.3337
1.3974	1.3895	1.3819	1.3747	1.3676	1.3608	1.3543	1.3480
1.4142	1.4060	1.3979	1.3904	1.3829	1.3759	1.3690	1.3624
1.4312	1.4226	1.4142	1.4063	1.3985	1.3911	1.3839	1.3770
1.4484	1.4394	1.4306	1.4224	1.4142	1.4065	1.3990	1.3918
1.4658	1.4564	1.4473	1.4386	1.4301	1.4221	1.4142	1.4067
1.4834	1.4736	1.4641	1.4550	1.4462	1.4378	1.4296	1.4218
1.5013	1.4910	1.4811	1.4716	1.4624	1.4537	1.4451	1.4370
1.5193	1.5086	1.4983	1.4884	1.4789	1.4697	1.4609	1.4524
1.5376	1.5265	1.5157	1.5055	1.4956	1.4860	1.4768	1.4680
1.5561	1.5445	1.5334	1.5227	1.5124	1.5024	1.4929	1.4837
1.5748	1.5628	1.5512	1.5401	1.5293	1.5191	1.5091	1.4996
1.5937	1.5813	1.5692	1.5577	1.5465	1.5329	1.5256	1.5158
1.6129	1.5999	1.5874	1.5755	1.5639	1.5529	1.5422	1.5320
1.6323	1.6188	1.6058	1.5935	1.5815	1.5701	1.5590	1.5484
1.6519	1.6379	1.6245	1.6117	1.5993	1.5874	1.5760	1.5650
1.6717	1.6573	1.6434	1.6301	1.6173	1.6049	1.5932	1.5818
1.6918	1.6769	1.6625	1.6488	1.6355	1.6227	1.6105	1.5988
1.7121	1.6967	1.6818	1.6676	1.6539	1.6407	1.6280	1.6159
1.7327	1.7168	1.7013	1.6867	1.6725	1.6589	1.6458	1.6332
1.7535	1.7371	1.7211	1.7060	1.6913	1.6772	1.6637	1.6507
1.7746	1.7576	1.7411	1.7255	1.7102	1.6957	1.6818	1.6684
1.7959	1.7784	1.7613	1.7452	1.7294	1.7145	1.7001	1.6863
1.8175	1.7994	1.7818	1.7652	1.7489	1.7335	1.7186	1.7044
1.8394	1.8207	1.8025	1.7854	1.7685	1.7526	1.7373	1.7227
1.8615	1.8422	1.8235	1.8057	1.7884	1.7720	1.7562	1.7411
1.8839	1.8640	1.8447	1.8263	1.8085	1.7916	1.7753	1.7598
1.9065	1.8860	1.8661	1.8472	1.8288	1.8114	1.7947	1.7786
1.9294	1.9083	1.8877	1.8683	1.8494	1.8315	1.8142	1.7977
1.9526	1.9308	1.9097	1.8897	1.8702	1.8518	1.8340	1.8170
1.9761	1.9536	1.9319	1.9113	1.8912	1.8722	1.8540	1.8365
2	1.9767	1.9543	1.9332	1.9125	1.8929	1.8742	1.8562
	2	1.9771	1.9553	1.9340	1.9139	1.8946	1.3761
		2	1.9773	1.9558	1.9351	1.9152	1.8962
			2	1.9777	1.9565	1.9360	1.9165
				2	1.9781	1.9571	1.9370
					2	1.9784	1.9578
						2	1.9788
							2

Consideraciones preliminares

En los respectivos valores de las progresiones geométricas anotadas se aprecia que la tercera raíz de dos nos da, casi perfectas, auditivamente, las relaciones 34/27 y 27/17.

Los cuatro sonidos iguales entre sí en la octava proporcionan buenas aproximaciones a los intervalos 81/68, 24/17 y 136/81.

La progresión geométrica de cinco sonidos dentro de la relación 2/1, entrega cierta imitación al 8/7 con el 1.1487, que substituiría al 1.1428; naturalmente, tiene igual aproximación a su recíproco, 7/4. El intervalo de cuarta se aproximaría al 54/41, y el 41/27 serviría como quinta, en un sistema musical que se apartare de las relaciones sencillas.

Los seis sonidos iguales entre sí en la octava tienen buenas aproximaciones a los intervalos 9/8, 34/27, 24/17, 27/17 y 16/9, todos de utilidad, pero insuficientes para establecer un sistema musical.

Los siete sonidos se aproximan al 11/10 y al 20/11; desde el punto de vista de acercarnos a las relaciones sencillas, esta progresión no tendría utilidad en música.

Se singulariza la serie de ocho sonidos por su aproximación a los intervalos 12/11, 81/68, 13/10, 24/17, 20/13, 136/81 y 11/6; pero se aleja de las primeras relaciones musicales.

Los nueve sonidos proporcionan aproximaciones a los intervalos 13/12, 34/27, 27/17 y 24/13; puede decirse que se obtienen perfectas las relaciones 7/6 y 12/7.

Los diez sonidos iguales entre sí en la octava, además de los valores ya obtenidos en la progresión de cinco, se aproximan a los intervalos 14/13, 13/7 y 24/17.

Los once sonidos en la octava entregan ciertas aproximaciones a los intervalos 16/15, 6/5, 14/9, 5/3 y 15/8.

Base del primer temperamento

En los valores de la duodécima raíz de dos se encuentran las primeras aproximaciones aceptables a los intervalos 3/2 y 4/3, pudiendo de esta manera construir la segunda escala fundamental del 2/1. Al poseer esta escala y aunar la facilidad de desarrollarla, obtenemos un campo armónico de grande riqueza musical, en relación a su escaso número de sonidos.

Veamos, por ejemplo: segunda escala fundamental, 1, 3/2, 2/1; escala recíproca, 1, 4/3, 2/1; escala compleja resultante, 1, 4/3, 3/2, 2/1. Desarrollando esta escala de acuerdo con el concepto de posiciones regulares, obtenemos: primera posición, 1, 4/3, 3/2, 2/1; segunda posición, 1, 9/8, 3/2, 2/1; tercera posición, 1, 4/3, 16/9, 2/1.

De la segunda y tercera posiciones regulares, en este caso recíprocas entre sí, se obtiene la escala compleja, 1, 9/8, 4/3, 3/2, 16/9, 2/1, la que desarrollada, a su vez, dentro del concepto de posiciones regulares, proporciona las escalas complejas siguientes:

Primera posición:

1	9/8	4/3	3/2	16/9	2/1

Segunda posición:

1	32/27	4/3	128/81	16/9	2/1

Tercera posición:

1	9/8	4/3	3/2	27/16	2/1

Cuarta posición:

1	32/27	4/3	3/2	16/9	2/1

Quinta posición:

1	9/8	41/16	3/2	27/16	2/1

En igual forma podemos emplear algunas escalas pentáfonas más abiertas de la octava. Por ejemplo, 1, 9/2, 8/1, segunda escala fundamental del metro 8/1; respectiva recíproca, 1, 16/9, 8/1; escala compleja, 1, 16/9, 9/2, 8/1. En su segunda posición regular, obtenemos 1, 81/32, 9/2, 8/1, que junto con su posición recíproca, 1, 16/9, 256/81, 8/1, constituyen la escala compleja:

1	16/9	81/32	256/81	9/2	8/1

Si procedemos, como en el ejemplo anterior, a precisar las respectivas posiciones regulares de esta escala, obtendremos cinco escalas pentáfonas más abiertas del intervalo octava, tan perfectas, al oído, dentro de los doce sonidos en la relación 2/1, como si usáremos valores en su justa apreciación.

Asimismo, los doce sonidos iguales entre sí en la octava entregan acordes tan perfectos, auditivamente, como si empleáremos valores reales. Por ejemplo, 1, 34/27, 16/9, 2/1, acorde quebrado, que dentro de sus respectivas posiciones regulares proporciona:

Primera posición:

1	34/27	16/9	2/1

Segunda posición:

1	24/17	27/17	2/1

Tercera posición:

1	9/8	17/12	2/1

siendo sus respectivos acordes recíprocos:

Primera posición:

1	9/8	27/17	2/1

Segunda posición:

1	34/17	17/12	2/1

Tercera posición:

1	24/17	16/9	2/1

La escala fundamental, 1, 3/2, 2/1, puede moverse también por medio de sus posiciones armónicas. Tiene, descendiendo, dos posiciones armónicas en forma correcta, y, ascendiendo, seis posiciones, en este caso, convencionales; pero resulta que éstas entran en el campo de los acordes que nos han servido de ejemplo, y, puede decirse, que si son convencionales desde un punto de vista, son perfectas desde otro, toda vez que se usarán en la práctica más bien como acordes de la novena y de la vigésimaséptima escalas fundamentales, las que están estrechamente ligadas con la tercera escala fundamental del metro 2/1.

Lo expuesto son tan sólo las primeras combinaciones armónicas dentro de este sistema musical; no obstante la brevedad con que están presentadas, consideramos que los ejemplos anteriores darán una idea de la amplitud que puede darse a esta serie dentro de su desarrollo armónico.

Por sus cualidades musicales, la progresión geométrica de doce sonidos en la octava representa *el primer paso en la armonía práctica;* fundamenta lo que en lo sucesivo llamaremos "Temperamento de 12 sonidos", sobreentendiéndose que se refiere a doce sonidos dentro de la relación 2/1.

En el Capítulo Tercero aplicaremos a este temperamento los principios armónicos enunciados, tratando sobre su afinación y organización musical en general; y continuaremos en el Capítulo Cuarto el estudio de las progresiones geométricas anotadas.

SEGUNDA PARTE

LA MÚSICA PRÁCTICA

Capítulo Tercero

TEMPERAMENTO DE 12 SONIDOS

ESCRITURA

De acuerdo con nuestro propósito de no cambiar un convencionalismo por otro, cuando éste no aporte efectivas ventajas, organizaremos el sistema de doce sonidos con normas de viejos procedimientos; substituyendo únicamente el antiguo sistema de claves por índices. La parte gráfica, acierto de grande importancia en el pasado, se conservará inalterable.

Dentro del terreno de la música consideraremos como doce *puntos* los valores del temperamento de 12 sonidos; éstos están clasificados en siete grados, y son sus respectivos nombres: do, re, mi, fa, sol, la, si, do'. El do' se constituye en el grado primero de otra serie que, guardando el mismo ordenamiento, se encuentra a una altura determinada por el doble de frecuencias. Los sonidos restantes quedan comprendidos entre los grados do-re, re-mi, fa-sol, sol-la y la-si, es decir:

do . re . mi fa . sol . la . si do'

Traslaciones

Los grados pueden ser trasladados ascendiendo un punto, empleando el signo denominado sostenido, ♯, para obtener do♯, re♯, mi♯, fa♯, sol♯, la♯, si♯. Apréciase que el mi♯ equivale a fa; si♯ es igual a do'.

Los grados pueden también trasladarse descendiendo un punto, usando el signo denominado bemol, ♭, obteniéndose, entonces, do♭, re♭, mi♭, fa♭, sol♭, la♭, si♭. En este caso, do♭ es igual a si; fa♭ equivale a mi.

Asimismo, un mi♭, por ejemplo, es a la vez re♯; en estos casos un bemol y un sostenido son sinónimos, usándose indistintamente de acuerdo con la facilidad que representan al escribir música.

En algunos casos es necesario, para obtener claridad en la escritura, emplear dos signos más, el doble-bemol, ♭♭, y el doble-sostenido, 𝄪, los cuales representan una traslación de los grados en dos puntos, descendiendo y ascendiendo, respectivamente.

Para restituir un grado sostenido, doble-sostenido, bemol o doble-bemol a su valor real, se emplea el signo ♮, denominado becuadro.

Pentagrama

Cinco líneas horizontales y pararelas, a las que se da el nombre de pentagrama, sirven de base para precisar los puntos en la escritura musical. Empleando simplemente el pentagrama fijaríamos los grados siguientes:

Agregando líneas adicionales al pentagrama podemos escribir con facilidad dos series completas de grados:

El total de los doce sonidos queda precisado en la forma siguiente:

Descendiendo es más práctico usar bemoles:

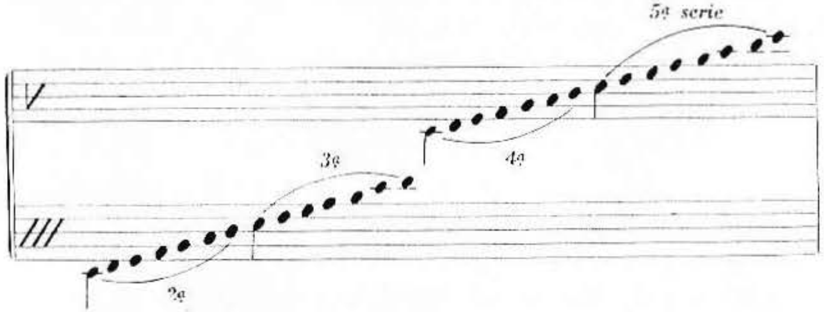
El lugar de estas notas es invariable, pudiéndose escribir con ellas para todos los instrumentos musicales.

Altura

La altura de los sonidos será determinada al principio del pentagrama por medio de un índice, para lo que emplearemos números romanos. Sirva como ilustración el teclado de un piano:

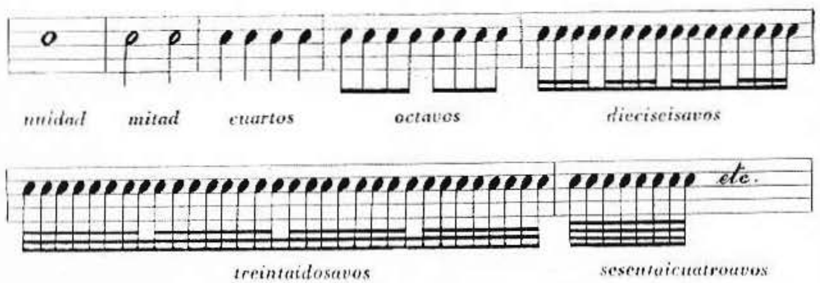
En ciertos órganos se llega a un do más grave. Toda vez que el índice que establece la altura de los grados empieza en el tercer espacio del pentagrama, bastará servirnos del índice I, fijando dicho do en una línea adicional baja.

En los dos pentagramas que sirven para la escritura del piano queda precisada la altura de las más usuales series, en esta forma:



Tiempo

En el pentagrama los puntos se constituyen en notas, teniendo dos significados: uno establece su lugar y determinada altura; el otro corresponde a su tiempo de duración. Las gráficas y valores de las notas son los siguientes:



Los nombres que las representan son, respectivamente, redonda, blanca, negra, corchea, semicorchea, triplecorchea y cuádruplecorchea.

La unidad puede ser dividida, asimismo, en tres, cinco, siete o cualquier número de partes iguales, y servirá la clasificación anterior como base para determinarlas; por ejemplo: si la unidad fuere dividida en tercios, anotaremos al principio del pentagrama, 3/2, precisando de esta manera que el tiempo correspondiente a dos mitades se encuentra dividido en tres; en otras palabras, el numerador indica la cantidad de notas que corresponden en un tiempo dado, y, el denominador, el valor de ellas.

Puntillo

El puntillo se agrega a continuación de cualquier nota y tiene un valor igual a la mitad de ella. Un doble punto indica la mitad más del valor agregado, o sea la cuarta parte del valor original; por ejemplo:

Un tercero o cuarto puntillo representarán, respectivamente, un aumento igual a la octava o dieciseisava parte de la nota.

Compás

Las diferentes secciones en que está dividida la escritura musical se denominan compases; éstos se señalan por medio de barras perpendiculares que atraviesan el pentagrama. El valor que representa cada compás se determina después del índice.

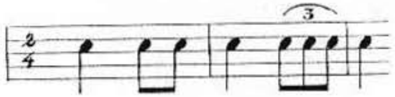
Barras

Las barras verticales sirven a la vez para anular toda anterior alteración de los grados. Las alteraciones no rigen más que en un compás.

Al final de toda composición se fija una doble barra. Empléase la doble barra, igualmente, para separar dos partes de un trozo musical, y, en algunos casos, cuando se cambia el tiempo del compás.

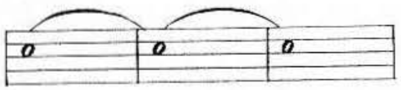
Valores irregulares

Cuando sea necesario aumentar o disminuir valores sin alterar el compás, se anotan las alteraciones por medio de una ligadura, con su número correspondiente:



Ligaduras

El signo denominado ligadura, además de usarse como en el caso anterior, sirve también para precisar una frase o período musical; y, por último, para indicar que el valor de una nota continúa; por ejemplo:



Silencios

Todas las notas tienen sus respectivos signos que representan su mismo valor en silencio; sus gráficas son las siguientes:

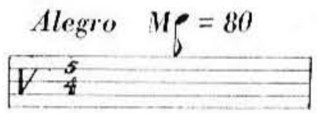
Cuando dos o más compases deben permanecer en silencio se anotan en la forma que indica el grabado, poniendo en la parte superior del pentagrama el número de compases en los cuales rige:

* En los dibujos expuestos en este libro colaboró el señor Enrique Delgado.

Movimiento

La velocidad que debe darse a las notas tiene como unidad de movimiento un minuto. Para precisar su debido tiempo se emplea un metrónomo; éste consiste en un péndulo del que parte verticalmente una varilla graduada en la cual se adhiere un contrapeso movedizo; se obtienen así diferentes velocidades que, partiendo de 40, llegan hasta 208 oscilaciones o golpes por minuto.

Cualquier nota puede servir de unidad para precisar el movimiento de un trozo musical; bastará expresarla sobre el pentagrama en esta forma:



Con esto se indica, en tal caso, que una corchea debe ser tocada a una velocidad igual a 80 veces por minuto.

De acuerdo con el movimiento, se anota, debajo del pentagrama, una expresión musical adecuada, ya sea: *grave*, *largo*, *sostenido*, *lento*, *andante*, *moderado*, *alegre*, *vivo*, etc. A la vez se indica, en cierta forma, el carácter del trozo musical poniendo, debajo del pentagrama, cualquiera de los términos usuales en música: *gracioso*, *cantando*, *afectuoso*, *agitado*, *majestuoso*, *con brío*, *con expresión*, *resuelto*, *jugando*, *delicadamente*, *apasionado*, *brillante*, *dulcemente*, *doloroso*, etc.

Alteración de movimiento

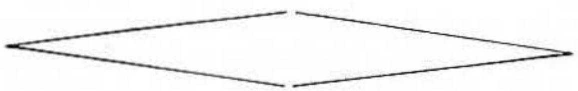
El desarrollo de una composición musical puede exigir que su movimiento sea alterado, acelerándolo o retardándolo; en estos casos se emplean las expresiones: *acelerando*, *más movido*, *estrechando*, *retardando*, etc. A veces se suspende el movimiento regular, y se anota, entonces, *libremente*, *al gusto*; cuando la alteración deba cesar, se indicará simplemente: a tiempo.

Si una nota o silencio debe momentáneamente excederse de su valor, se expresa en la forma siguiente:

El valor del signo ⌒, denominado calderón, depende del carácter de la composición musical; generalmente se le asigna un tiempo igual al doble de la figura sobre la que está fijado.

Intensidad

La intensidad que deba darse a los sonidos se anota debajo del pentagrama, indicando: *suave, a media voz, poco fuerte, medio fuerte, fuerte, muy fuerte,* etc. Se emplean también las expresiones *creciendo, disminuyendo, perdiéndose,* etc. Cuando la intensidad debe aumentar o disminuirse paulatinamente, se usan los signos siguientes:



AFINACIÓN

Antes de crear una obra de arte con sonidos, es indispensable producirlos en su justo valor. Nunca será suficiente insistir a este respecto; deben estar bien afinados los instrumentos que usemos para hacer música, única forma de obtener de ellos su máxima cualidad armónica.

El temperamento de 12 sonidos tiene como base de afinación, la duodécima raíz de dos; su razón, 1.05946, proporciona los valores siguientes:

1	1.05946	1.12246	1.18921	1.25998	1.33484
1.41421	1.49835	1.58740	1.68180	1.78180	1.88775
2	. . .				

Pero expresar numéricamente una serie no es dar una afinación completa; necesario es, después, estudiar las condiciones físicas de los medios de que nos serviremos para obtener la realización práctica.

Por ahora usaremos las cuerdas para realizar este propósito, anotando los pasos seguidos que nos llevaron a las conclusiones finales.

Sabido es que en las cuerdas, siendo constante su tensión, de uniforme diámetro e igual densidad, *las frecuencias son inversamente proporcionales a su longitud.*

Disponiendo en una de nuestras cajas de afinación de una cuerda cuya longitud es de 24 pulgadas, las respectivas longitudes del temperamento de 12 sonidos son las siguientes:

24"	22.653	21.382	20.181	19.048	17.980
16.970	16.018	15.119	14.270	13.469	12.713
12"					

Con objeto de nivelar en lo más posible las diferentes tensiones de una cuerda, y evitar un centro demasiado flojo, los extremos de la cuerda están quebrados en la forma que indica la figura 5; en estas condiciones la principal tensión está fuera del límite que se necesita como afinación, lo que proporcionará mejor equilibrio en toda la longitud de la cuerda.

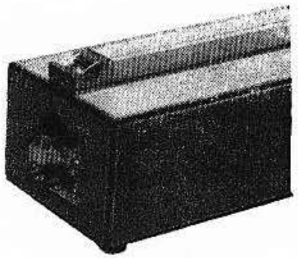


Figura 5

Se presenta después el problema de cómo dividirla; únicamente en forma mecánica puede obtenerse una división exacta. Para el efecto fué construída la máquina de precisión que representa la figura 6, con la cual se fijan, fácilmente, .0005 de pulgada.

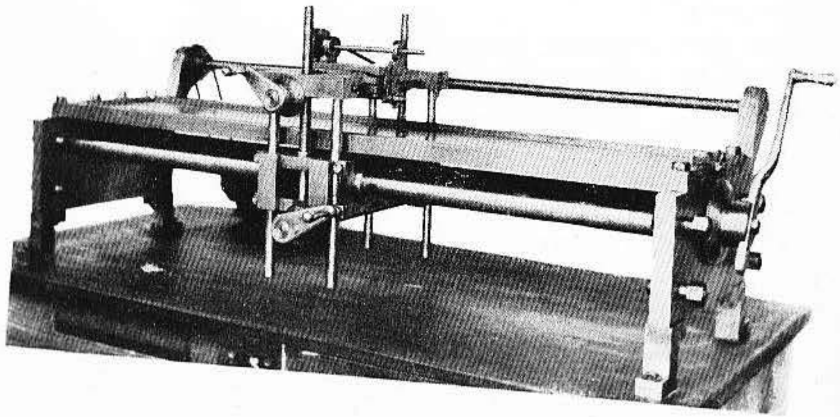


Figura 6

La figura 7 muestra una de nuestras cajas de afinación; consta de dos cuerdas que se afinan al unísono a la altura del do4,

y de un puente movedizo que va ajustándose a las ranuras marcadas en una regla de metal, y, a la vez, rozando ligeramente la cuerda con una lámina delgada cuyo ángulo de contacto, perfectamente centrado, es igual al filo de una navaja.

Figura 7

Afinadas las dos cuerdas al unísono, y puesto el puente movible dividiendo en dos mitades una de las cuerdas, al hacerlas vibrar se obtuvo la relación octava; con la característica de poseer +7 pulsaciones sencillas en cinco segundos.

Problema de la octava

Es antiguo concepto en Física que la relación 2/1 no debe tener pulsaciones. El intervalo de octava con pulsaciones presenta dos aspectos: el físico y el fisiológico; brevemente veamos ambos.

Si en un piano se precisa una octava sin pulsaciones, nuestra primera impresión es que el sonido grave domina al agudo; es necesario presionar con mayor intensidad el sonido agudo para lograr equilibrio. Si afinamos una sucesión de octavas sin pulsaciones, se tiene la sensación de que los sonidos agudos van en descenso; se aprecia esto fácilmente al comparar, por ejemplo, el do2 del piano alternándolo con el do7. Como resultado se obtiene que los acordes del registro grave dominan a los agudos al ser tocados simultáneamente, estableciéndose marcado desacuerdo entre las notas extremas del piano; contribuye a hacer esta apreciación más notable el hecho de que en el piano los sonidos superiores son de escasa duración en relación con los sonidos graves.

Si en el centro del piano fijamos una octava +7 pulsaciones sencillas en cinco segundos, se aprecia que ni el sonido grave domina al agudo, ni éste al grave. Continuando una serie de octavas, sin alterar el número de pulsaciones, al tocarlas en arpegio se obtiene la sensación de producir una línea recta, y un solo sonido al oírlas simultáneamente; los extremos del piano guardan equilibrio.

Pero el piano, como los demás instrumentos de cuerda, no es más que uno de los medios de que disponemos para hacer música; no menos importante es lo referente a tubos, cuyo principal representativo es el órgano. Si en éste ponemos una octava +7 pulsaciones, el efecto es desagradable; en el registro grave son verdaderos golpes lo que se percibe; la octava limpia, es decir, sin pulsaciones, es la indicada para este caso.

Referente a la quinta

El valor 1.4983 que substituye al 1.5 dentro del temperamento de 12 sonidos, es igual a una longitud de 16.018, teniendo la cuerda 24 pulgadas de longitud. Afinadas al unísono las dos cuerdas de nuestro sonómetro, y habiendo acortado una de ellas en su debida proporción, se obtuvo el intervalo de quinta, con la particularidad de no tener pulsaciones; desde el punto de vista físico este intervalo sería la perfecta relación 3/2.

Respecto a la cuarta

En la misma longitud de cuerda de 24 pulgadas corresponden 18" para el intervalo 4/3. La aproximación que entrega el temperamento de 12 sonidos es 1.3348, cuya respectiva longitud, 17.9802, proporciona una cuarta +7 pulsaciones en cinco segundos. Para obtener el 4/3 sin pulsaciones fué necesario una longitud de 18.015", es decir, fijar la cuarta que está dentro del temperamento que tiene como base la duodécima raíz de 1.99.

Lo expuesto en relación con la octava, quinta y cuarta, se apreciará mejor si formamos un cuadro con los resultados que entrega la caja de afinación que nos ha servido de base:

LONGITUD DEL FUNDAMENTAL 24″

Tiempo: ± pulsaciones en 5 segundos

$\sqrt[12]{2}$	8ª = 12″ +7	5ª = 16.018″ 0	4ª = 17.980″ +7
$\sqrt[12]{1.999}$	8ª = 12.006″ +5	5ª = 16.023″ −1	4ª = 17.9835″ +6.3
$\sqrt[12]{1.998}$	8ª = 12.012″ +3	5ª = 16.028″ −2	4ª = 17.987″ +5.6
$\sqrt[12]{1.997}$	8ª = 12.018″ +1	5ª = 16.033″ −3	4ª = 17.9905″ +4.9
$\sqrt[12]{1.9965}$	8ª = 12.021″ 0	5ª = 16.0355″ −3.5	4ª = 17.9923″ +4.55
$\sqrt[12]{1.996}$	8ª = 12.024″ −1	5ª = 16.038″ −4	4ª = 17.994″ +4.2
$\sqrt[12]{1.995}$	8ª = 12.030″ −3	5ª = 16.043″ −5	4ª = 17.9975″ +3.5
$\sqrt[12]{1.994}$	8ª = 12.036″ −5	5ª = 16.048″ −6	4ª = 18.001″ +2.8
$\sqrt[12]{1.993}$	8ª = 12.042″ −7	5ª = 16.053″ −7	4ª = 18.0045″ +2.1
$\sqrt[12]{1.992}$	8ª = 12.048″ −9	5ª = 16.058″ −8	4ª = 18.008″ +1.4
$\sqrt[12]{1.991}$	8ª = 12.054″ −11	5ª = 16.063″ −9	4ª = 18.0115″ + .7
$\sqrt[12]{1.990}$	8ª = 12.060″ −13	5ª = 16.068″ −10	4ª = 18.015″ 0

Primeras conclusiones

Volvamos al punto de partida: tenemos como una realidad que disponemos de una cuerda en perfecto equilibrio para servirnos de medida, y que ésta fué dividida por el centro en dos partes iguales; comprueba esta afirmación el hecho de que el mismo número de pulsaciones se presenta de un lado como del otro de la cuerda. No obstante, esas dos mitades no son su longitud total, puesto que al servirnos de un puente movible, aunque éste sólo tuviere una pequeña fracción de pulgada en el filo del ángulo de contacto, habría que agregar este valor a las dos mitades para que la longitud de la cuerda fuere completa.

Por lo tanto, siempre que tratemos de fijar determinado intervalo habrá que tener en cuenta este *factor variable,* que dependerá del mayor o menor grado de perfección del sonómetro en uso. En nuestras cajas de afinación representó un milésimo de pulgada para cada extremo de la cuerda.

En resumen, puede decirse que en el paso de la teoría a la práctica, la duodécima raíz de 2 se transformó en la séptima raíz de 1.5 en nuestros sonómetros, y, a su vez, la duodécima raíz de 1.9965 en la duodécima raíz de 2.

$\sqrt[12]{1.9965}$	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[7]{1.5}$
1	1	1
1.05931	1.05946	1.05963
1.12214	1.12246	1.12282
1.18869	1.18921	1.18978
1.25919	1.25998	1.26073
1.33387	1.33484	1.33591
1.41298	1.41421	1.41558
1.49678	1.49835	1.5
1.58555	1.58740	1.58945
1.67959	1.68180	1.68424
1.77921	1.78180	1.78467
1.88473	1.88775	1.89110
1.9965	2	2.00387

Por lo que bastará hacer la alteración necesaria en la tabla de los valores expuestos para que la parte teórica quede sentada correctamente, sin que esto altere en nada los resultados prácticos.

Afinaciones diversas

Con posibilidades prácticas llegamos a esta conclusión: poseemos una afinación que tiene por base el intervalo de octava limpio, la quinta —3.5 pulsaciones sencillas en cinco segundos, y la cuarta + 4.55 en el mismo tiempo. En ciertas condiciones acústicas es sumamente útil la quinta sin pulsaciones, cuya afinación tiene como base el intervalo de quinta limpio, la octava +7 y la cuarta +7 pulsaciones sencillas en cinco segundos. Ambas afinaciones representan los extremos, mínimo y máximo, dentro de cuyo margen caben un sinnúmero de afinaciones, teóricamente perfectas, y sólo la práctica indicaría su grado de musicalidad.

Sin llegar a subdivisiones que pudieren considerarse como simples fantasías, tomando como unidad una pulsación, dividiremos en ocho grados las afinaciones; sus respectivas fórmulas son las siguientes:

Afinación	*Intervalos de*		
	8ª	*5ª*	*4ª*
1ª	0	—3.5	+ 4.55
2ª	+ 1	—3	+ 4.9
3ª	+ 2	—2.5	+ 5.25
4ª	+ 3	—2	+ 5.6
5ª	+ 4	—1.5	+ 5.95
6ª	+ 5	—1	+ 6.3
7ª	+ 6	—0.5	+ 6.65
8ª	+ 7	—0	+ 7

Estos valores están comprendidos en el tiempo de cinco segundos y se refieren a pulsaciones sencillas; la onda completa de una vibración serían dos pulsaciones.

En la práctica del piano ha sido de tal importancia estético-musical la afinación quinta, que fué necesario subdividirla en cuatro partes, obteniendo:

Afinación	*Intervalos de*		
	8ª	*5ª*	*4ª*
5ª-b	+ 4.25	—1.375	+ 6.03
5ª-c	+ 4.5	—1.25	+ 6.12
5ª-d	+ 4.75	—1.125	+ 6.21

Asimismo, subdividiendo por cuartos los diferentes grados, obtendremos un total de 29 afinaciones, variantes todas ellas en colorido, y que podemos usar en la práctica como representativas del temperamento de doce sonidos. *

Para la realización práctica de estas afinaciones es conveniente tener un punto de comparación, para lo cual recomendamos usar el metrónomo, previamente rectificado con un reloj, fijando como unidad de tiempo 50 segundos, lo que facilita el cómputo de los respectivos valores:

GOLPES EN 50 SEGUNDOS

Afinación	*Intervalos de* 8ª	5ª	4ª
1ª	0	−35 M. 42	+45.5 M. 54
2ª	+10	−30	+49 M. 58
3ª	+20	−25	+52.6 M. 63
4ª	+30	−20	+56 M. 66
5ª	+40 M. 47	−15	+59.5 M. 70
5ª-b	+42.5 M. 50	−13.75	+60.3 M. 71
5ª-c	+45 M. 53	−12.5	+61.2 M. 72
5ª-d	+47.5 M. 56	−11.25	+62.1 M. 73
6ª	+50 M. 60	−10	+63 M. 75
7ª	+60 M. 71	− 5	+66.5 M. 79
8ª	+70 M. 84	0	+70 M. 84

* Desde 1929 el profesor José Antillón Rossner ha cooperado en México en estos trabajos sobre afinación, pudiendo precisar fácilmente en la práctica cualquiera de ellas.

Anotaciones

Los ocho grados de afinación tienen, como es natural, diferentes características; mencionaremos algunas de ellas.

La primera afinación es serena, se puede estudiar varias horas al piano sin que se sienta fatiga auditiva; es más propia para el órgano; en el piano, los acordes donde entran combinaciones de segundas resultan rudos; al tocar acordes del registro grave y agudos simultáneamente, éstos son deficientes.

La segunda afinación es de mayor musicalidad en el piano; comienzan a cantar un poco los sonidos; las modulaciones son más agradables, particularidades que van acentuándose hasta llegar a la quinta afinación.

La afinación quinta es de grande riqueza musical; no fatiga el oído; es una de las que presenta más facilidades para matizar; es propia para uso diario.

La afinación quinta-b canta un poco más; proporciona un conjunto interesante de equilibrio y originalidad; es la primera afinación que debe usarse en conciertos; es estable.

La afinación quinta-c aumenta considerablemente el volumen de los sonidos; pero desmerece en expresión. Los acordes de iguales proporciones tienen poco colorido.

La afinación quinta-d tiene mucha semejanza con la afinación sexta.

La afinación sexta se caracteriza por dar la impresión de que sus sonidos tienen algo de plata, es la única afinación que produce este efecto; tiene matices diversos de belleza exótica; es delicada en su margen de afinación.

La afinación séptima canta más aún, tiene matices muy variados; hay que tener cuidado con los bajos, un pequeño error los hace débiles en relación con las notas agudas; es poco estable.

La afinación octava representa mayor grado de musicalidad; los acordes que en la primera afinación resultan de una rudeza extrema, aquí se dulcifican, son agradables, etéreos; los extremos del piano tienen equilibrio; es una afinación luminosa, puede decirse; hay que tener sumo cuidado en que los unísonos estén correctos; tiene poca estabilidad; no obstante, puede emplearse en conciertos con absoluta seguridad; no es aconsejable para uso diario.

El problema de las pulsaciones

En los libros de Física puede leerse que *el número de pulsaciones es igual a la diferencia entre dos frecuencias.* Según este concepto, el mismo intervalo en diversas alturas deberá tener diferente número de pulsaciones, puesto que las frecuencias van en aumento cuanto más agudos son los sonidos, o disminuyen cuanto más graves.

La práctica indica que *las pulsaciones son proporcionales al intervalo,* y que ellas no sufren alteración aunque se aumente o disminuya el número de sus frecuencias.

Como primer experimento pongamos dos cuerdas al unísono, con cualquier número de frecuencias; uno de estos sonidos permanecerá estable. Aumentando paulatinamente las frecuencias de una de las cuerdas, se aprecia que las pulsaciones se presentan en movimiento lento, aumentan en rapidez hasta un grado que es difícil precisar auditivamente, y, llegando a un límite, empiezan a disminuir, desapareciendo al formar la relación 6/5. Si continuamos aumentando las frecuencias, vuelven a presentarse las pulsaciones lentamente, se acelera su movimiento y después decrece, desapareciendo al establecer el 5/4. Este fenómeno se repite al llegar al 4/3, al 3/2, al 8/5, al 5/3 y al 2/1.

Si el número de pulsaciones fuere igual a la diferencia entre dos frecuencias, debería suceder que tal como acontece partiendo del unísono, las pulsaciones empezarían con un tiempo lento que iría acelerándose constantemente, pero nunca descenderían, cuando continuáremos aumentando las frecuencias entre ambos sonidos. No obstante, se presenta aquí un punto dudoso: ¿la serie que desciende es la misma que asciende? Podría suceder que en Física debiéramos considerar, en cierta forma, como "unísono" las relaciones indicadas, por carecer todas ellas de pulsaciones.

Como útil paréntesis indicaremos que los intervalos anotados forman el grupo correspondiente a la tercera escala fundamental del metro 2/1, y su desarrollo dentro del concepto de posiciones regulares:

3a. escala fundamental,	1	4/3	5/3	2/1
3a. escala recíproca,	1	6/5	3/2	2/1
2a. posición regular,	1	5/4	3/2	2/1
2a. posición recíproca,	1	4/3	8/5	2/1
3a. posición regular,	1	6/5	8/5	2/1
3a. posición recíproca,	1	5/4	5/3	2/1

En intervalos mayores de la octava tenemos la tercera escala fundamental del metro 5/2:

fundamental,	1	3/2	2/1	5/2
recíproca,	1	5/4	5/3	5/2

la cuarta escala fundamental del metro 3/1:

fundamental,	1	3/2	2/1	5/2	3/1
recíproca,	1	6/5	3/2	2/1	3/1

la quinta escala fundamental del metro 6/1:

fundamental,	1	2/1	3/1	4/1	5/1	6/1
recíproca,	1	6/5	3/2	2/1	3/1	6/1

Además, la serie geométrica que se establece al tener como constante el 2/1. Esto es todo lo que podemos usar en música con intervalos sin pulsaciones.

Hagamos ahora un segundo experimento: conservando al unísono las dos cuerdas de nuestro sonómetro, fijemos en una de ellas el puente divisor en el lugar que corresponde a la cuarta temperada ± 4.55 pulsaciones en cinco segundos. Acortemos entonces el fundamental al grado inmediato por medio de un segundo puente movible, y ascendamos en igual valor el puente que marcó en un principio la cuarta; obtendremos, así, la misma relación con idéntico tiempo de pulsaciones, no obstante que el número de frecuencias es diferente. Puede alternarse dicha cuarta, o el intervalo que se quiera, todas las veces que sea necesario; sus respectivas frecuencias cambiarán constantemente, pero las pulsaciones continuarán estables mientras sea igual la relación que guardan entre sí los dos sonidos que forman el intervalo.

Como tercer experimento usaremos una de las fórmulas de afinación, por ejemplo, la primera: octava 0, quinta —3.5, y cuarta +4.55 pulsaciones. El metrónomo da 35 golpes en 50 segundos en la graduación 42 para el intervalo de quinta, y 54 para la cuarta, 45.5.

Fijemos en el piano el do4 de acuerdo con el diapasón en uso. Procédase después a precisar una quinta, do4-fa3, —3.5 pulsaciones, sincronizándola con el metrónomo 42. Fórmese una cuarta, do4-fa4, +4.55 pulsaciones al unísono con el metrónomo 54. Establecidos estos intervalos tendremos la octava fa3-fa4 sin pulsaciones.

A continuación precisaremos el *círculo armónico* correspondiente a la primera afinación:

Tiempo: ± pulsaciones sencillas en 5 segundos.

do4-fa	5ª	—3.5	M. 42
do4-sol	4ª	+4.55	M. 54
sol-re	5ª	—3.5	
re-la	4ª	+4.55	
la-mi	5ª	—3.5	
mi-si	4ª	+4.55	
si-fa♯	4ª	+4.55	
fa♯-do♯	5ª	—3.5	
do♯-sol♯	4ª	+4.55	
sol♯-re♯	5ª	—3.5	
re♯-la♯	4ª	+4.55	
la♯-fa4	5ª	—3.5	
fa4-fa3	8ª	0	

Veamos, ahora, la figura 8. La regla de afinación está montada en un trozo de madera sólida, para evitar la duda de que podrían producirse pulsaciones si hubiere interferencia entre las frecuencias de las cuerdas y la columna de aire de la caja sonora. Este sonómetro tiene como fundamental el fa3 y está

acondicionado para poderse amplificar el sonido, con objeto de no estar aguzando el oído para apreciar las pulsaciones; evitándose, así, fatiga auditiva, y obteniéndose resultados más precisos.

Figura 8

Afinado el sonómetro con la primera afinación, y usando el mismo diapasón que sirvió de base para formar el círculo armónico, al ir corriendo el puente movible sucesivamente, los sonidos precisados en la regla de afinación están al unísono con los del piano.

Se pueden, entonces, estudiar los respectivos intervalos obtenidos. Si tomamos como demostración, por ejemplo, las terceras, se aprecia que las nueve terceras cromáticas que comprende el círculo armónico tiene idéntico número de pulsaciones, no obstante que sus frecuencias son variables.

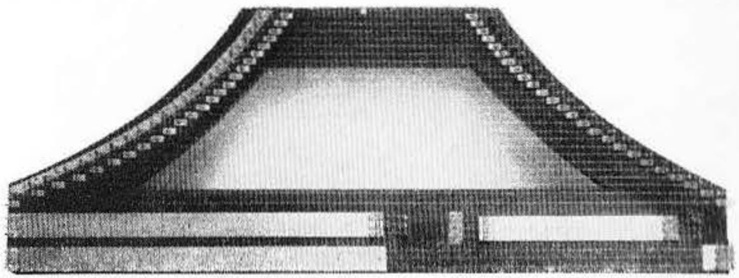


Figura 9

Para estudiar intervalos más abiertos de la octava, y el paso de una a otra octava, fué necesario construir el aparato que representa la figura 9. Son tres reglas graduadas para afinar tres octavas sucesivas; tiene, además, veinticinco cuerdas libres adicionadas con afinadores especiales para lograr exactitud y fácil manejo, y se puede, como en la figura 8, amplificar el sonido tanto como se desee. El estudio con este sonómetro confirma los resultados anteriores.

Por lo expuesto, nos sujetaremos a las enseñanzas que se desprenden de los experimentos anotados; éstos nos muestran que *las pulsaciones son proporcionales al intervalo,* principio que nos servirá como base de afinación.

Desde el punto de vista musical no existe duda alguna de los buenos resultados prácticos que se obtienen; desde el punto de vista físico hay que estudiar más aún el asunto para cimentar la ley que rige a este concepto, y no tener que recurrir a los sonómetros para determinar cuántas pulsaciones corresponden a determinado intervalo; esto podrá hacerse más adelante, por ahora nos basta con lo obtenido.

Longitudes

Los valores de la progresión geométrica del temperamento de 12 sonidos pueden interpretarse, a la vez, como longitudes: bastará dividir la longitud de la cuerda por los valores de la serie.

Tomando dicha progresión geométrica en forma recíproca:

1.	.094387	.089090	.084090	.079370	0.74917	
.070710	.066742	.062996	.059460	.056123	.052973	.05

multiplíquese la longitud de la cuerda por los respectivos valores de la serie, lo que resulta más sencillo.

Mostramos en la figura 10 una guitarra cuyos trastes representan correctas longitudes, propias para este instrumento musical.

Fijados los trastes, el puente colocado encima de la tapa de la guitarra deberá estar un poco más abierto del lugar que le corresponde, con objeto de contrarrestar la tensión de las cuerdas al ser presionadas. Téngase presente el *factor variable* del

que hemos hecho mención; como guía para precisarlo puede servir el intervalo de octava.

Pulgadas	
23.784	
25.200	fundamental
22.450	segunda
21.190	
20	tercera
18.877	cuarta
17.818	
16.818	quinta
15.874	
14.983	sexta
14.142	
13.348	séptima
12.600	octava
11.892	
11.225	novena
10.595	
10	décima
9.4385	
8.909	

Figura 10

Guitarra para el temperamento de 12 sonidos. [*]

[*] En la construcción de esta guitarra, como en la de los demás instrumentos musicales y cajas de afinación de que se habla en este libro, colaboró, desde 1921, el señor Paulino Morales.

Diapasón

Consiste en dos barras de metal paralelas unidas por una tercera barra central que le sirve de base. Su punto de referencia son 440 frecuencias por segundo. Este diapasón sirve para precisar la nota la; por lo tanto, si l = 440, las frecuencias que corresponden al temperamento de 12 sonidos, son las siguientes:

...	440	466.2	493.9	523.2	544.1	587.3		
	622.2	659.3	698.6	740	784	831.6	880	...

Cualquiera de los valores anotados puede servirnos de diapasón. El que corresponde a la nota do = 523.2 resulta de igual utilidad en la práctica que el la = 440.

Al afinador

Las instrucciones para obtener una correcta afinación en el piano se concretan en lo siguiente:

Precisada la nota que sirve de referencia de altura de acuerdo con el diapasón en uso, nosotros hemos usado el do4, procédase a formar el círculo armónico correspondiente a la quinta afinación:

Tiempo: ± pulsaciones sencillas en 5 segundos.

do4-fa	5ª	−1.5	
do4-sol	4ª	+5.95	M. 70
sol-re	5ª	−1.5	
re-la	4ª	+5.95	
la-mi	5ª	−1.5	
mi-si	4ª	+5.95	
si-fa♯	4ª	+5.95	
fa♯-do♯	5ª	−1.5	
do♯-sol♯	4ª	+5.95	
sol♯-re♯	5ª	−1.5	
re♯-la♯	4ª	+5.95	
la♯-fa4	5ª	−1.5	
fa4-fa3	8ª	+4	M. 47

Si se prefiere, puede cerrarse el círculo de sol3 a sol4; usar el diapasón la = 440 y fijarse sobre esta base el círculo armónico; los resultados no se alterarán.

Para obtener una afinación exacta tómese siempre el metrónomo como referencia. Es conveniente, como preliminar, precisar la cuarta do4-fa4 y la octava fa4-fa3 para estudiar la quinta resultante do4-fa3 en su tiempo lento de pulsaciones; las características de estos tres intervalos serán constantes.

Continúese después la afinación, ascendente y descendente, teniendo por guía la cuarta +5.95 pulsaciones sencillas en cinco segundos, y la octava +4.

Algunos afinadores prefieren tener como referencia las pulsaciones de los intervalos de tercera y sexta; en este caso estúdiense sus respectivas pulsaciones dentro del círculo armónico en la afinación que estamos tratando; sus características, igual que los intervalos de quinta, cuarta y octava, serán constantes en toda la extensión del piano.

Los intervalos de tercera, décima y doble-octava pueden servir como un punto más de referencia al extender la afinación fuera del círculo armónico. La doble-octava, y más aún la triple-octava, son buenas para comprobación; sus respectivas pulsaciones deberán ser iguales a las que sirvieron de base en el intervalo de octava.

Para evitar posibles confusiones anotaremos que cuando las condiciones acústicas lo permiten, se aprecian con claridad dos series de pulsaciones en la octava, teniendo una el doble del movimiento de la otra. Se considera la primera serie como pulsaciones lentas de onda completa, apreciándose en la nota grave del intervalo, y en la segunda serie como pulsaciones sencillas, produciéndose en la nota aguda. *Cuéntense las pulsaciones en la nota alta del intervalo.* Desde este punto de vista están precisadas todas las fórmulas de afinación, es decir, *pulsaciones sencillas;* de otra manera habría que especificar, por ejemplo, en la quinta afinación, para el intervalo de octava, +2 pulsaciones en cinco segundos, en vez de +4 como está anotado.

El afinador debe cuidar de no engañarse al contar las pulsaciones, lo que puede suceder con facilidad, dadas las diferentes series de pulsaciones que se producen por causas diversas. Una cuerda aisladamente puede tener pulsaciones si es defectuosa en su construcción o si ha sido mal puesta; estas pulsaciones pueden ser periódicas o irregulares; al formar un intervalo hay que tratar de eliminarlas mentalmente. En un intervalo puede suceder que se presenten diferentes pulsaciones más o menos rápidas o sumamente lentas, especie de reforzamiento de ondas; a veces se manifiestan en movimiento que se acelera con rapidez y después decrece. En estos casos sólo el oído experimentado del afinador servirá de guía para determinar cuál es la serie que debe contarse como base de afinación.

Para indicar si el intervalo está *cerrado* o *abierto* se emplean los signos + y —; en los dos casos las pulsaciones se producen en igual forma. Teniendo como referencia el intervalo sin pulsaciones, se considera *abierto* cuando se aumentan las frecuencias del sonido agudo o se disminuyen las del sonido grave; el intervalo es *cerrado* al proceder en sentido inverso.

En lo que se refiere al órgano, afínese con la fórmula que entrega la primera afinación: octavas 0, quintas —3.5, cuartas +4.55 pulsaciones; el círculo armónico y demás detalles sobre afinación son similares a las del piano.

Téngase en cuenta que al precisar la octava sin pulsaciones, ésta tiene un pequeño margen, lo mismo que los demás intervalos con esta particularidad. Debe cuidarse que las octavas se encuentren en el margen alto, ya sea en el piano o en el órgano.

En la octava afinación el margen del intervalo de quinta sin pulsaciones deberá estar en la parte baja. *

Cuando el afinador domine las afinaciones primera y quinta podrá practicar con facilidad cualquiera de las otras. No obstante, es aconsejable no pasar más allá de la afinación quinta-b, para uso diario.

En afinaciones más abiertas deben estudiarse primero las condiciones acústicas del piano; si sus notas bajas fueren débiles, no será conveniente usarlas.

* El señor Henry C. Pfaff ha dado a conocer la octava afinación en la ciudad de Nueva York desde 1930, colaborando, además, en diferentes experimentaciones.

ARMONÍA

Dentro del temperamento de 12 sonidos la escala de los grados y demás intervalos representan los valores siguientes:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do'
1	9/8	34/27	4/3	3/2	136/81	17/9	2

do♯	re♯	fa♯	sol♯	la♯
18/17	81/68	24/17	27/17	16/9

El ordenamiento de estas relaciones obedece al siguiente raciocinio: el temperamento de 12 sonidos, desde el punto de vista armónico, proporciona la segunda escala fundamental del metro 2/1: 1, 3/2, 2/1, y su recíproca: 1, 4/3, 2/1, originando ambas la escala compleja 1, 4/3, 3/2, 2/1, con lo que se obtienen dos nuevos valores, el 9/8, diferencia entre 4/3 y 3/2, y su respectivo recíproco, 16/9.

Todos estos intervalos pertenecen a la novena escala fundamental del 2/1, la que sirve de guía para precisar los intervalos restantes.

El 17/9 y su recíproco, 18/17, se obtienen en este temperamento casi perfectos; el 34/27 es la diferencia entre 3/2 y 17/9, siendo su recíproco el 27/17; el 81/68 es la diferencia entre 34/27 y 3/2, obteniendo como recíproco el 136/81. Dentro de este orden, la cuarta aumentada puede ser representada, indistintamente, por el 24/17 o su recíproco, 17/12.

Los intervalos del temperamento, en ciertos casos, representan valores reales, y, en otros, únicamente substituciones; por ejemplo, 1, 34/27, 16/9, 2/1, acorde quebrado de la vigésima-séptima escala fundamental del 2/1. Desarrollándola de acuerdo con el concepto de posiciones regulares, obtenemos:

Posiciones regulares:				*Posiciones recíprocas:*			
do	mi	si♭	do'	do	re	la♭	do'
do	fa♯	la♭	do'	do	mi	fa♯	do'
do	re	fa♯	do'	do	fa♯	si♭	do'

Seis acordes quebrados cuyas relaciones armónicas dentro del temperamento de 12 sonidos, puede decirse, son perfectas, puesto que sus diferencias teóricas no llegan a ser perceptibles al hacerse música.

Pero si tomando como metro el 3/2, se quiere formar su segunda escala fundamental, se necesitaría el 5/4, intervalo del cual carecemos en este temperamento, no teniendo para substituirlo más que el 34/27; en este caso, el 34/27 tiene estrecha relación con el 3/2, aunque no tan inmediata como el 5/4; para apreciarlo mejor veamos el 3/2 como recíproco del fundamental: 18/27, 1, 34/27.

Si el 34/27 tiene que substituir al 5/4, intervalo más cerrado, otras veces adquiere un valor convencional máximo, cuando tiene que representar al 9/7; más aún, el 34/27 debe substituir a todas las relaciones que necesitemos alrededor de él; en igual caso están los demás intervalos del temperamento, toda vez que el infinito número de sonidos que forman la armonía perfecta, según lo hemos expuesto en el Capítulo Primero, se ha reducido a una sucesión de 12 sonidos en la octava.

Anotamos a continuación los intervalos que más comúnmente tienen que ser substituídos por valores del temperamento:

21/20	18/17 do-re♭	16/15
10/9	9/8 do-re	8/7
7/6	81/68 do-mi♭	6/5
5/4	34/27 do-mi	9/7

7/5	24/17 do-fa♯	10/7
14/9	27/17 do-la♭	8/5
5/3	136/81 do-la	12/7
7/4	16/9 do-si♭	9/5
15/8	17/9 do-si	40/21

Excluiremos por ahora estas expresiones para trabajar solamente con los símbolos que las representan; no obstante, recomendamos al músico, y más aún al compositor, que procure familiarizarse con la técnica de los números para lograr del temperamento su máxima belleza.

Símbolos

En música todo grado representa un *símbolo*. Así, decimos, una *segunda*, do-re; *tercera*, do-mi; *cuarta*, do-fa; *quinta*, do-sol; *sexta*, do-la; *séptima*, do-si; *octava*, do-do'; *novena*, do-re'; *décima*, do-mi'. En intervalos más abiertos de la décima, la relación octava servirá de base para su clasificación, diciendo, por ejemplo, octava y cuarta, octava y quinta, etc.

Los grados están divididos en *puntos*. El punto es la unidad más pequeña dentro del temperamento de 12 sonidos. A una segunda corresponden *dos puntos* sucesivos; a una tercera, *cuatro;* a una cuarta, *cinco;* a una quinta, *siete;* a una sexta, *nueve;* a una séptima, *once;* a una octava, *doce puntos*, etc.

Los símbolos pueden ser *aumentados o disminuídos* en tanto no lleguen a un grado previamente clasificado; de esta manera obtenemos *segunda-disminuída, segunda-aumentada; tercera-disminuída, cuarta-aumentada, quinta-disminuída, quinta-aumentada;* se*xta-disminuída, sexta-aumentada; séptima-disminuída, etc.*

Escalas fundamentales

Siendo la sencillez base de ordenamiento armónico, empezaremos precisando las primeras *escalas fundamentales* del metro octava; sus respectivas proporciones son las siguientes:

En este ejemplo, como en los sucesivos, nos serviremos del do como fundamental para facilitar la comparación de escalas, evitando confusiones, toda vez que pueden ser fijadas en doce alturas distintas antes de llegar el do'; indicadas las proporciones que corresponden a una escala, ésta conservará su respectiva denominación en cualquier altura que se encuentre.

Escalas recíprocas

Establecidas en el mismo orden que las escalas fundamentales, las primeras *escalas recíprocas* del metro octava, son las siguientes:

Todo intervalo representa una primera escala fundamental, y, a la vez, una escala recíproca; la diferencia consiste solamente en la forma de interpretarlo. En todo intervalo consideraremos el sonido grave como fundamental, y cofundamental el sonido agudo. Las escalas recíprocas guardan las mismas proporciones de su respectiva fundamental, pero relacionadas con el cofundamental en forma inversa; por ejemplo, veamos la tercera escala fundamental, constituída por una cuarta, do-fa; una sexta, do-la; y una octava, do-do'. Su recíproca la constituyen una cuarta, do'-sol; una sexta, do'-mi♭, y una octava, do'-do. Sucesivamente los intervalos que forman la tercera escala fundamental son cuarta + tercera + tercera disminuída; su recíproca, una tercera disminuída + tercera + cuarta.

La denominación de escala fundamental y escala recíproca obedece únicamente a clasificación, podríanse invertir sus nombres sin que esto causare diferencia alguna; el estricto concepto armónico diría que son dos escalas recíprocas entre sí, teniendo ambas igual grado de perfección, aunque nos dan diferentes impresiones musicales.

Escalas complejas

Combinando los valores de una escala fundamental con su respectiva recíproca se obtiene una *escala compleja.* De la segunda escala fundamental y su recíproca obtenemos la escala compleja siguiente:

La complejidad de una escala está en relación con la simplicidad de la escala fundamental que le sirve de base; como lo muestra el ejemplo anterior, no se puede formar una escala compleja cuyas proporciones sean más sencillas. Veamos cómo puede ir adquiriendo diferentes grados de complejidad, desarrollándola por medio de sus posiciones regulares.

Posiciones regulares

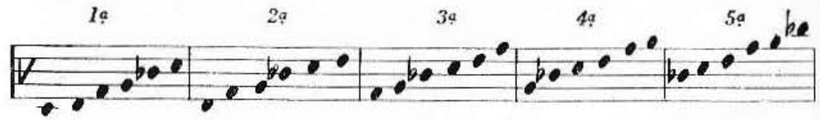
Para transportar una escala por medio de sus *posiciones regulares,* basta ir anulando el primer sonido que la forma, estableciendo otro en relación con el segundo sonido de la escala a una altura determinada por su metro. Las posiciones regulares serán tantas cuantos sonidos tenga la escala, sin contar el cofundamental, pues partiendo de éste vuelven a ordenarse los mismos intervalos que estuvieron relacionados con el fundamental; transformándose de hecho el cofundamental en fundamental. Las respectivas posiciones regulares de la escala compleja que nos sirve de ejemplo son las siguientes:

Con objeto de que sean apreciadas con mayor facilidad las proporciones de estas escalas las consideraremos en relación con la nota do:

Tomando la segunda posición junto con su respectiva recíproca obtenemos:

Esta escala compleja es algo de lo más armónicamente puro que tiene el temperamento de doce sonidos; desarrollándola por

medio del concepto de posiciones regulares nos proporciona lo siguiente:



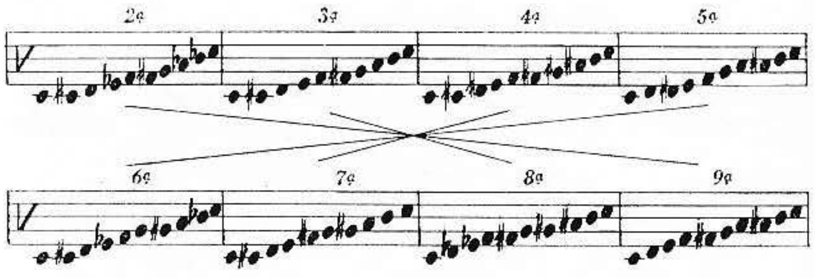
Las posiciones regulares de una *escala compleja regular* son recíprocas entre sí; veamos en qué forma se muestra esta reciprocidad:

Toda escala compleja regular indica cuál es su primera posición, pues ésta es recíproca de sí misma; en el ejemplo anterior apréciase también que la segunda posición regular es recíproca de la quinta, la tercera de la cuarta; a su vez, la cuarta lo es de la tercera y la quinta de la segunda. Estas escalas representan los primeros pasos en música.

Si las anteriores escalas complejas son consideradas junto con sus respectivas recíprocas, se obtendrá un grado mayor de complejidad. Sirva como ejemplo la última escala anotada:

1ª posición

Sus posiciones regulares, relacionadas con el do, y la reciprocidad que guardan entre sí son las siguientes:



El máximo de complejidad que puede darse a la escala do-fa-sol-do', que nos ha servido de base en esta exposición, es usar todos los valores del temperamento; una de las formas sería empleando la segunda posición de las escalas anteriores:

Escala compleja *Escala recíproca*

Estos ejemplos han tenido por objeto mostrar la forma de como una escala va adquiriendo mayor grado de complejidad. Concretemos, por ahora, nuestra atención a las primeras escalas de cinco sonidos, pues antes de practicar estas últimas tenemos que estudiar escalas complejas más sencillas.

De la tercera escala fundamental del metro octava, y sus respectivas posiciones regulares, se obtiene:

Posiciones regulares *Posiciones recíprocas*

Consideradas estas escalas como acordes, constituyen el grupo siguiente:

Posiciones regulares *Posiciones recíprocas*

La cuarta escala fundamental del metro octava, en su desarrollo por medio de posiciones regulares, proporciona:

Posiciones regulares

Posiciones recíprocas

Considerándolas como acordes obtenemos:

Posiciones regulares *Posiciones recíprocas*

Dentro del concepto de posiciones regulares adquiere suma importancia el intervalo que sirve de metro; por ejemplo, si nuestra escala compleja fuere la tercera escala fundamental del metro octava y su recíproca con la sexta, obtendríamos do-mi-fa-la-do'. Moviendo esta escala dentro de sus posiciones regulares, el metro octava serviría de base, obteniendo entonces la gráfica del *Ejercicio* primero para piano, expuesto a continuación.

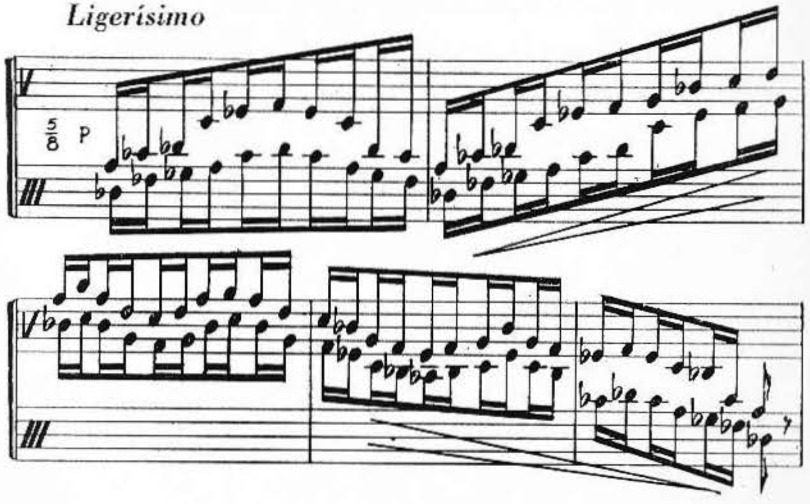
Pero si anulamos la octava y constituimos como metro la sexta, el do-mi-fa-la, sería una escala compleja que tendría por base la segunda escala fundamental del metro sexta y su respectiva recíproca; al mover esta escala dentro de sus posiciones regulares iríamos por un camino diferente, tal como lo muestra el *Ejercicio* segundo.

Ejercicio primero

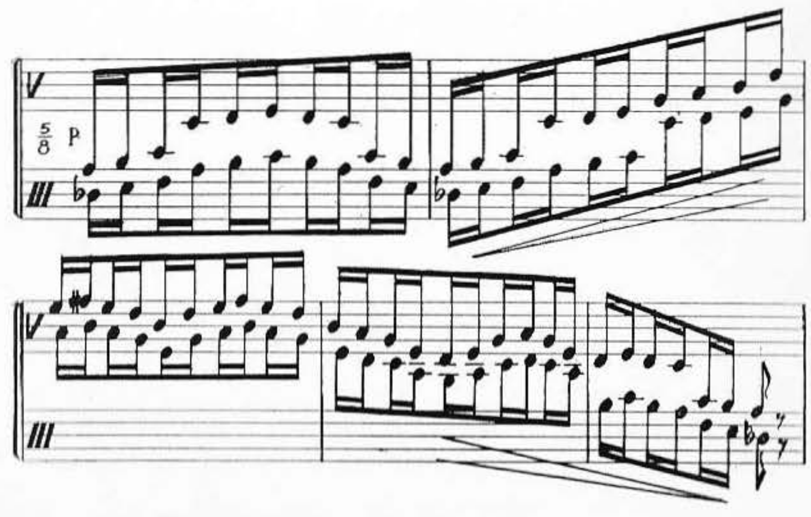
Ejercicio segundo

Como un ejemplo estricto del concepto de posiciones regulares presentamos la siguiente frase musical, sirviéndonos de la segunda escala fundamental del metro quinta:

Ligerísimo



Siendo su respectiva frase recíproca:



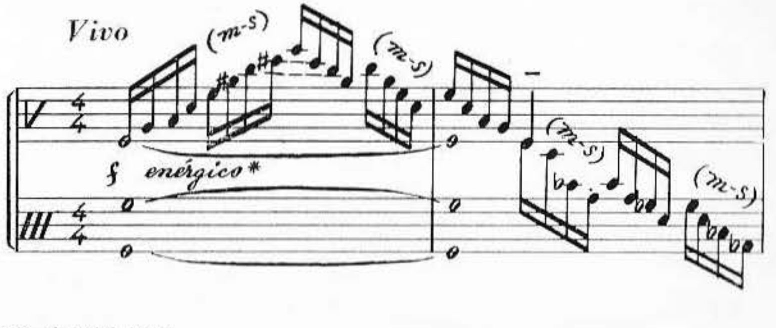
Mostramos a continuación dos *Estudios Armónicos.* El estudio número uno tiene como base la segunda escala fundamental del intervalo de quinta, transportándola de acuerdo con sus posiciones regulares; comienza este estudio con dos posiciones armónicas descendentes del mismo acorde.

ESTUDIOS ARMÓNICOS

1

El estudio número dos está estrictamente sujeto al concepto de posiciones regulares.

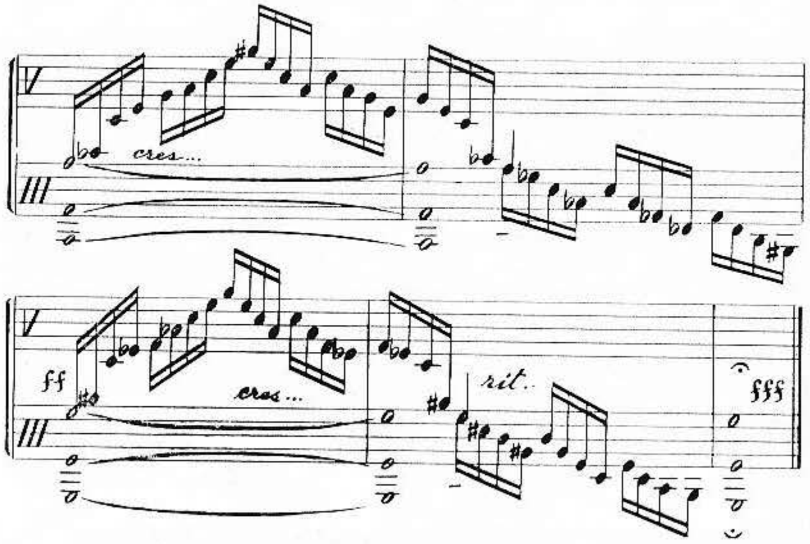
2



* Úsese el pedal tonal.


(m-s)
etc.
cres ...


ff
f
cres
ff
f



Posiciones armónicas

Para mover un acorde empleando sus *posiciones armónicas* basta transportarlo dentro de la *serie armónica* a la cual pertenezca.

La primera serie armónica que podemos emplear dentro del temperamento de doce sonidos es la siguiente:

que, a la vez, puede ser considerada como la novena escala fundamental del metro tres-octavas y tercera.

En este ejemplo podemos apreciar que el intervalo de octava, en su segunda posición armónica, es una quinta; ésta, a su vez, es una cuarta; después, una tercera, una tercera-disminuída y una segunda, finalmente.

De lo expuesto se deduce que la segunda es posición armónica de la octava, y ésta lo es de la segunda; en el temperamento adquiere significación el intervalo de segunda, pues todas las series armónicas terminan en él; expresado inversamente, diremos que de una segunda parten todas las aproximaciones a las series armónicas en el temperamento de doce sonidos. En algunos casos emplearemos la segunda-disminuída; no obstante, la regla general debe concretarse a la segunda; si dentro del concepto aritmético es un absurdo, dentro de un temperamento debemos aceptarlo como un hecho; más aún, esto es lo que viene a simplificar la composición musical.

Aunque las series armónicas sean más artificiales que reales dentro de los doce sonidos, es conveniente tenerlas en cuenta para que cuando se trabajen temperamentos de mayor riqueza armónica sean fácilmente usadas.

Si dentro del ejemplo expuesto, fijamos como base el acorde do-mi-sol, tendrá cuatro posiciones armónicas ascendentes y tres descendentes:

Considerando el primer sonido de cada posición armónica como fundamental y en relación con el do obtendremos:

Tomando como base cualquiera de los anteriores acordes, los restantes se constituyen en sus respectivas posiciones armónicas; en otras palabras: todos estos acordes son posiciones armónicas entre sí.

En el temperamento de doce sonidos, en ciertos casos, debe considerarse como escala fundamental, dentro de las posiciones armónicas, lo que de hecho es una *escala regular;* por ejemplo, do-re-mi.

Nos serviremos de dos *Estudios Armónicos* más como ejemplos de la aplicación del concepto de posiciones armónicas. En el estudio número tres se usa el mismo acorde que sirvió de base en el estudio primero, al tratar sobre posiciones regulares; pero ahora, al moverlo dentro de sus respectivas posiciones armónicas, obtenemos un campo musical diferente.

ESTUDIOS ARMÓNICOS

En el estudio número cuatro se usa la misma forma métrica y rítmica que en el estudio anterior, pero cambiamos la serie armónica, obteniendo de esta manera una sonoridad distinta.

Escalas recíprocas-graduales

El concepto de escalas recíprocas determina que éstas guardan las mismas proporciones establecidas con el fundamental, pero relacionadas con el cofundamental en forma inversa. Aplicando este principio, considerando como cofundamental cualquier grado de una escala, obtenemos las escalas *recíprocas-graduales*.

Desarrollando este concepto dentro de la tercera y cuarta escalas fundamentales del metro octava, se obtienen las escalas complejas que se exponen a continuación, estando consideradas en relación con el do sus respectivas posiciones. Al principio del pentagrama se anota la escala fundamental y recíproca-gradual que sirven de base.

Aunque estas escalas están escritas únicamente ascendiendo, tóquense a la vez descendiendo, hágase sonar la continuidad de la serie en la octava inmediata, y altérnese la escala con su recíproca. Este preliminar estudio sirve para ir notando sus variados aspectos y sonoridades. No se practique una nueva escala sin haber estudiado lo más posible las anteriores, esto evita pérdida de tiempo y contribuye a que los pasos que se vayan dando en el campo armónico sean firmes.

Escalas complejas

Escalas complejas

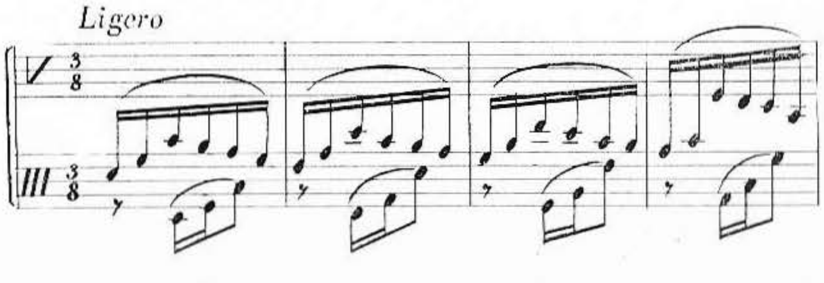
Escalas complejas

Escalas complejas

Escalas complejas

Escalas complejas

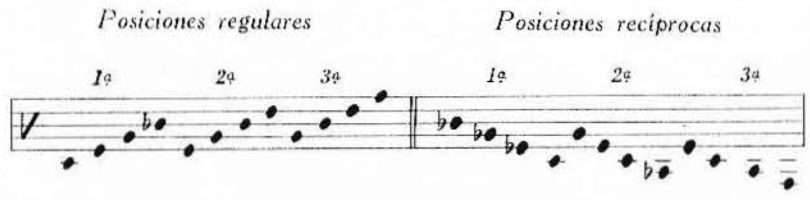
Háganse ejercicios con todas las anteriores escalas; por ejemplo: la escala compleja obtenida de la tercera escala fundamental y su recíproca con el intervalo de quinta, usando su tercera posición regular, sirvió de base para el *Ejercicio* siguiente:



Acordes quebrados

Cuando en una escala fundamental o recíproca se rompe su ordenamiento, excluyendo uno o más sonidos, producimos *acordes quebrados*.

Las posiciones regulares de cualquier escala fundamental son ejemplos de acordes quebrados, exceptuando toda segunda escala fundamental, pues éstas darán siempre en su segunda posición regular su respectiva recíproca. Precisaremos algunos acordes quebrados, sirviéndonos, por ejemplo, de la tercera escala fundamental del metro séptima-disminuída:



En el temperamento de doce sonidos estas posiciones regulares se reducen a tres acordes de proporciones diferentes, de los cuales sólo la tercera posición representa un acorde quebrado:

Si a la escala que nos sirve de ejemplo se agrega una segunda, se convertirá en la cuarta escala fundamental del metro octava, de cuyas posiciones regulares hemos tratado; pero si

a continuación de la octava agregamos otra segunda, obtendremos la quinta escala fundamental del metro novena; sus respectivas posiciones regulares, consideradas en relación con el do, son las siguientes:

En este caso, exceptuando el acorde fundamental y su respectivo recíproco, los restantes representan acordes quebrados.

Alternaciones

El concepto de *alternaciones* adquiere en la práctica gran significación; establece que cualquier acorde y su recíproco pueden ser alternados ilimitadamente sin producir nunca un desacuerdo armónico. Las alternaciones pueden proceder con cierto orden o ser completamente irregulares.

De la segunda escala fundamental del metro décima-disminuída, por ejemplo, ascendiéndola en escala regular, teniendo como constante una tercera-disminuída, alternándose con una serie de recíprocos en relación con el metro octava y quinta obtenemos:

Considerando los recíprocos en diferente forma se obtiene:

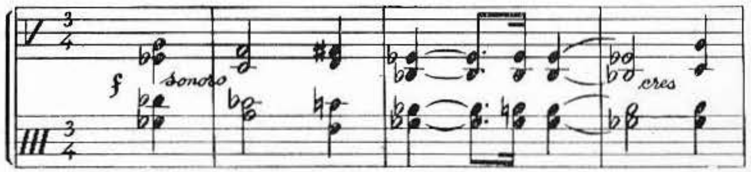
El movimiento de un acorde por medio de alternaciones tiene absoluta libertad; por lo tanto, sirviéndonos de la tercera escala fundamental del metro décima, alternemos al azar fundamental y recíproco:

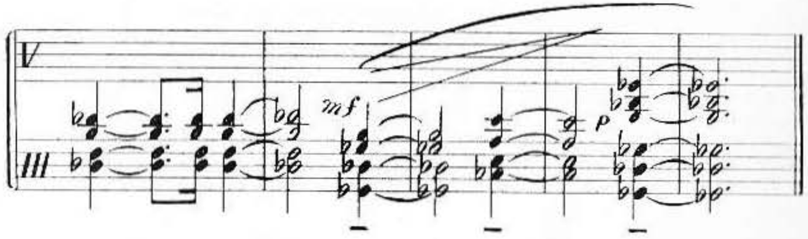
A continuación mostramos dos *Preludios* como ejemplos del concepto de alternaciones. El primer preludio está sujeto a este principio, aunque los acordes usados se encuentran en diferentes posiciones regulares.

PRELUDIOS

Lento

1





En el preludio segundo las alternaciones están combinadas con diferentes valores intermediarios.

Moderado

2

Conjunto de escalas fundamentales

Hemos usado unas cuantas escalas fundamentales y recíprocas en los ejemplos anotados; veamos, ahora, lo que podemos considerar como el principal conjunto de ellas dentro del temperamento de doce sonidos; aunque expuestas en forma de acordes, tóquense a la vez, sucesivamente, ascendiendo y descendiendo, alternándolas con sus recíprocas.

En toda escala deben apreciarse no solamente las proporciones que la constituyen, sino abarcar lo más posible todas las ramificaciones que tenga con otras escalas, estudiando sus propias cualidades armónicas y las que adquiera en sus diversos desarrollos.

Escalas fundamentales *Escalas recíprocas*

Escalas fundamentales *Escalas recíprocas*

Escalas fundamentales *Escalas recíprocas*

Escalas fundamentales *Escalas recíprocas*

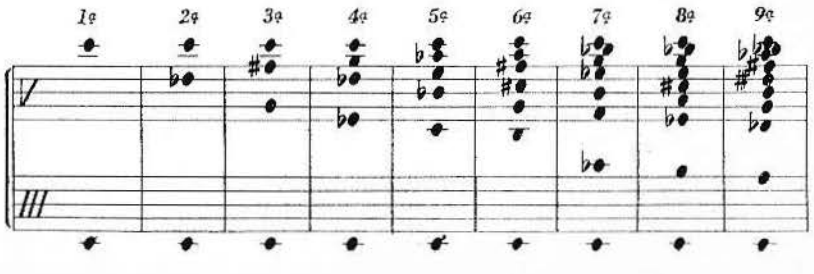
Teniendo las bases que establecen las escalas fundamentales, podemos construirlas más abiertas aún; su empleo en la orquesta es de grande utilidad y riqueza armónica. Supongamos que nuestro metro es la cuádruple-octava:

Escalas fundamentales:

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª
1	2	3	4	5	6	7	8	9
16/1	17/2	18/3	19/4	20/5	21/6	22/7	23/8	24/9
	32/2	33/3	34/4	35/5	36/6	37/7	38/8	39/9
		48/3	49/4	50/5	51/6	52/7	53/8	54/9
			64/4	65/5	66/6	67/7	68/8	69/9
				80/5	81/6	82/7	83/8	84/9
					96/6	97/7	98/8	99/9
						112/7	113/8	114/9
							128/8	129/9
								144/9

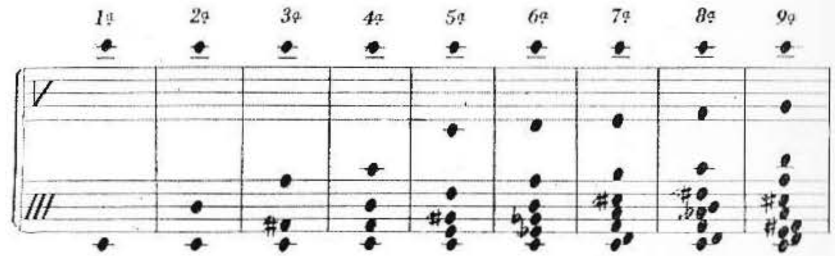
Las anteriores relaciones se resolverían en el temperamento de doce sonidos en esta forma:

Escalas fundamentales:



siendo sus respectivas

Escalas recíprocas:

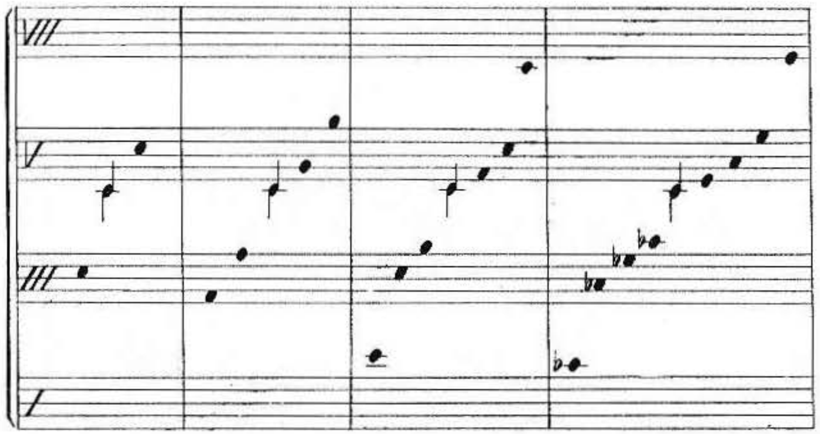


Tablas armónicas

Tienen como base las *tablas armónicas* establecer un centro armónico del cual parten, descendiendo, una escala fundamental, y, ascendiendo, su respectiva escala recíproca, o viceversa, en un orden determinado por sus propias relaciones, las que van adquiriendo sucesivamente mayor grado de complejidad. Este concepto representa múltiples recursos en la composición musical, siendo guía seguro para enlazar escalas y acordes.

Todo intervalo tiene su respectiva tabla armónica. Mostraremos algunas de ellas. En los siguientes ejemplos la nota do está constituida en centro armónico.

TABLA ARMÓNICA DE LA OCTAVA



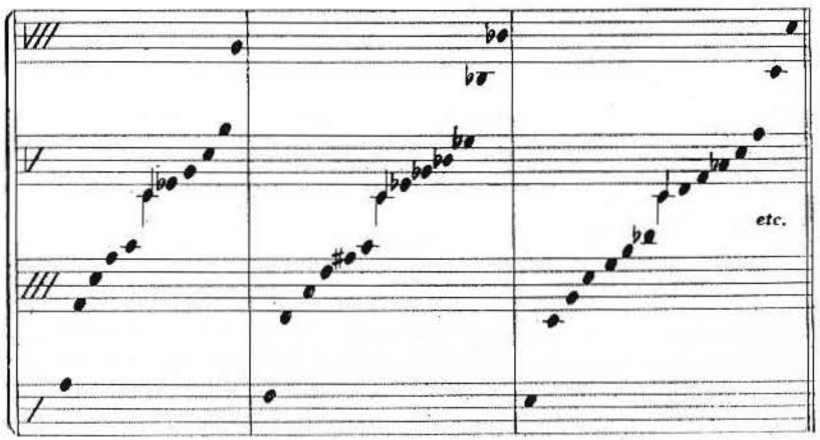


TABLA ARMÓNICA DE LA QUINTA

TABLA ARMÓNICA DE LA CUARTA

TABLA ARMÓNICA DE LA SEXTA

TABLA ARMÓNICA DE LA TERCERA-DISMINUIDA

TABLA ARMÓNICA DE LA TERCERA

TABLA ARMÓNICA DE LA SEXTA-DISMINUÍDA

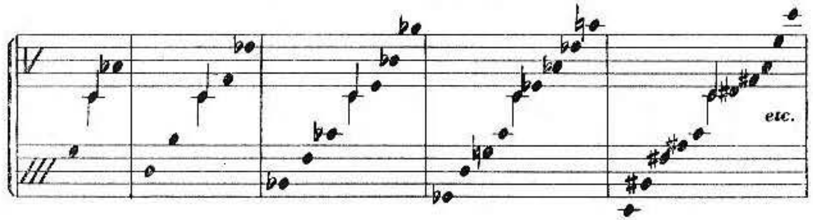


TABLA ARMÓNICA DE LA SÉPTIMA-DISMINUÍDA

TABLA ARMÓNICA DE LA SEGUNDA

La escala de los grados

Dentro del temperamento de doce sonidos, la *escala de los grados* representa la *séptima posición regular* de una escala compleja; afirmación fácil de comprobar, pues dicha escala está clasificada dentro de las *escalas complejas regulares,* siendo su primera posición aquella que sea recíproca de sí misma.

La escala de los grados tiene como base el acorde quebrado de la novena escala fundamental del metro octava, do-re-fa-

la-do', el cual, junto con su recíproco, forman la siguiente escala compleja:

do re mi♭ fa sol la si♭ do'

Desarrollando gráficamente lo anotado obtenemos:

Acordes:

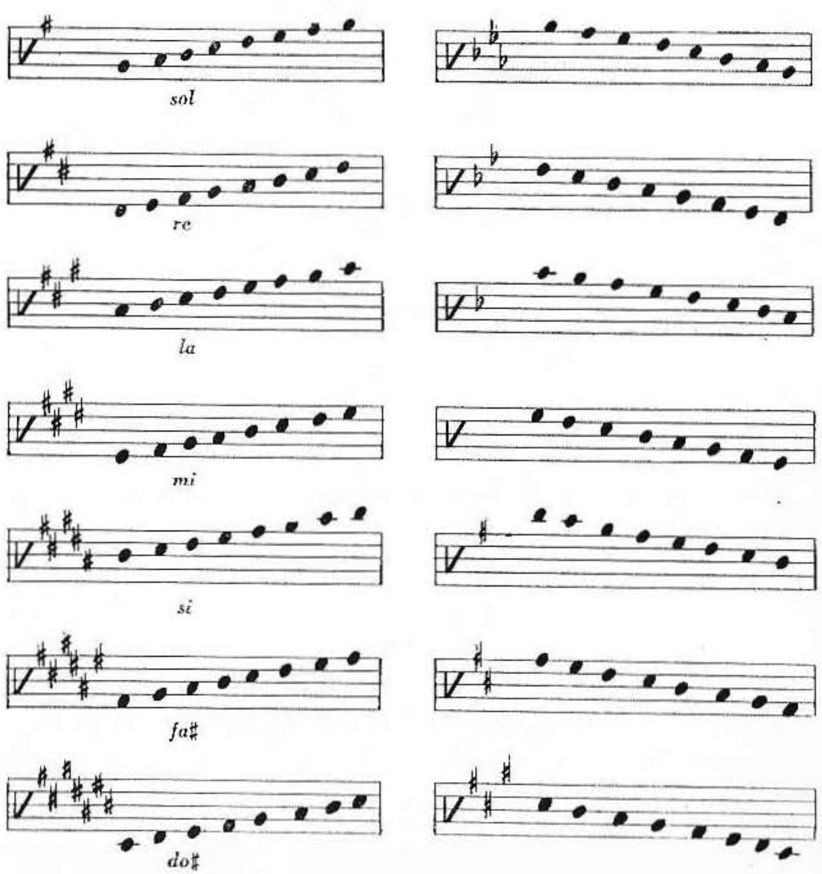
Escala compleja

Relacionando con el do sus respectivas seis posiciones regulares se obtiene:

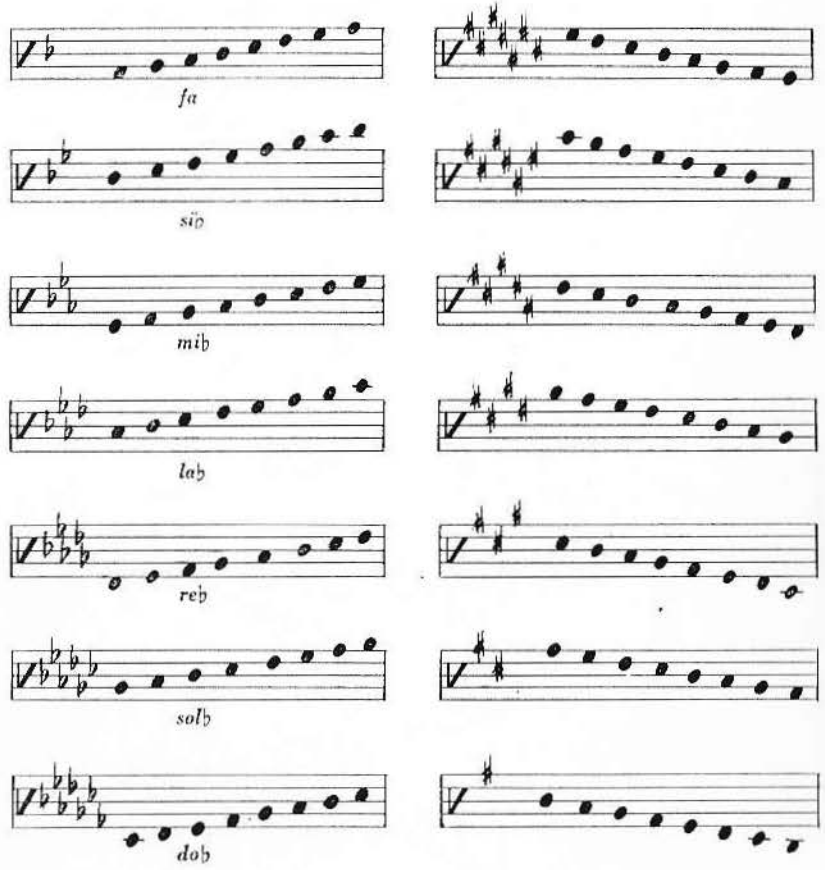
La escala de los grados, a través de los doce sonidos del temperamento, se expresa por medio de alteraciones que se anotan al principio del pentagrama, después del índice, con objeto de no repetirlas constantemente en cada compás.

La expresión que corresponde a la escala de los grados, empleando sostenidos o bemoles, junto con sus escalas recíprocas, es la siguiente:

Escalas de los grados *Escalas recíprocas*



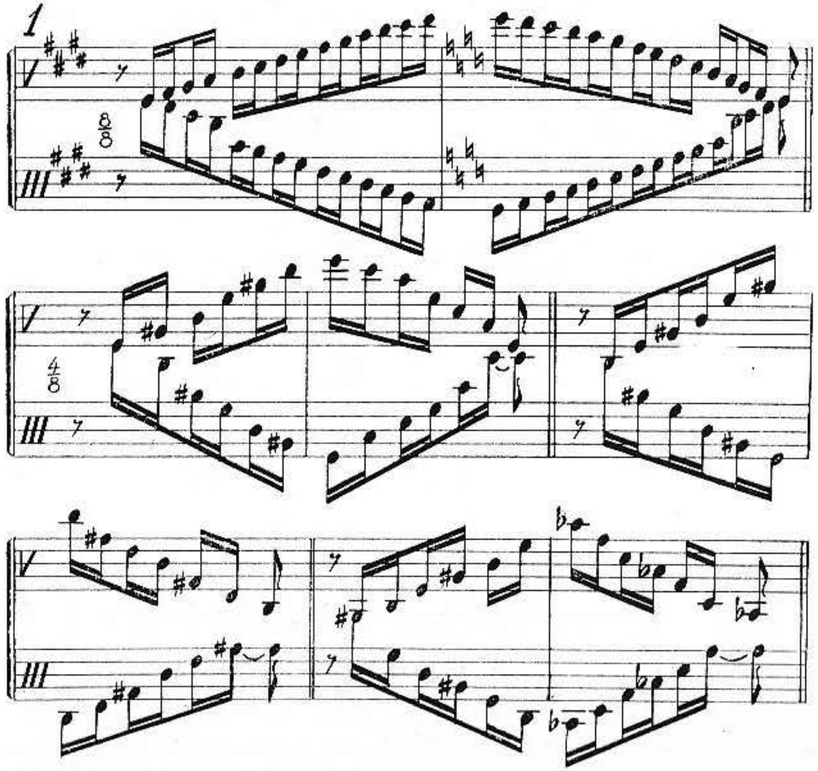
Escalas de los grados *Escalas recíprocas*

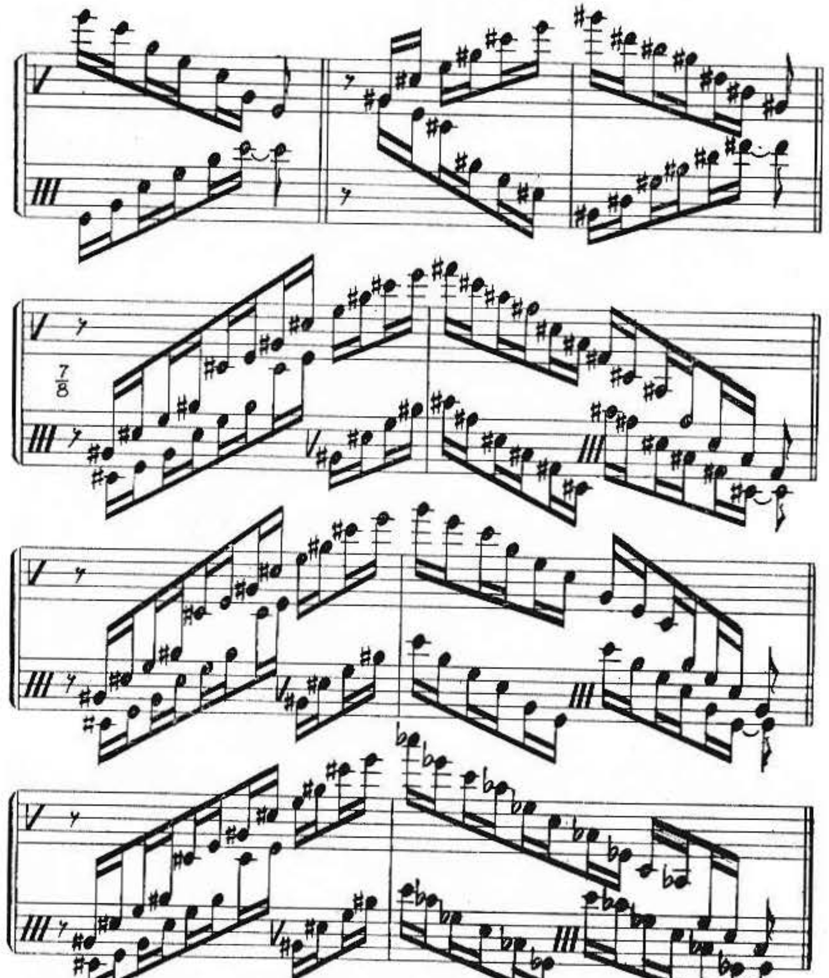


En el temperamento de doce sonidos, la escala de los grados escrita con cinco bemoles es igual a la de siete sostenidos; la de seis sostenidos, a la de seis bemoles, y la de siete bemoles, a la de cinco sostenidos; empleándose, indistintamente, estas expresiones de acuerdo con la facilidad que representan en la escritura.

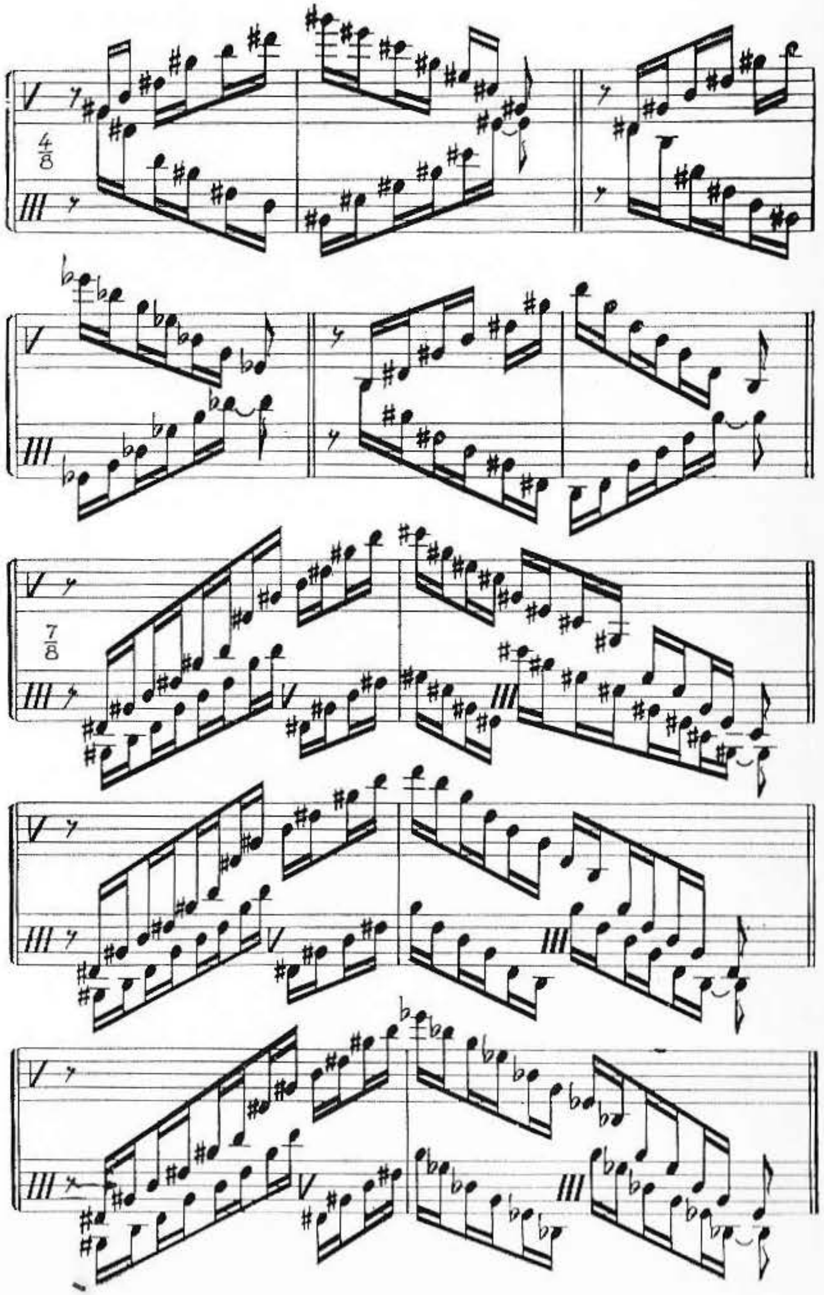
Como estudio preliminar de la escala de los grados practíquese en el piano de acuerdo con los *Ejercicios* que se exponen a continuación; de esta manera, además de lo que representa por sí la parte técnica, se aprecian los acordes que están en inmediata relación con dicha escala; y puede verse también que todas las escalas de los grados, en sus diferentes alturas, están ligadas entre sí. En estos ejemplos se ha tenido como fundamental el mi, usándose, a la vez, dos posiciones regulares de la escala; háganse los mismos ejercicios en su respectivas siete posiciones.

LENTO	ANDANTE	PRESTO	PRESTÍSIMO
f	*mf*	*p*	*pp*

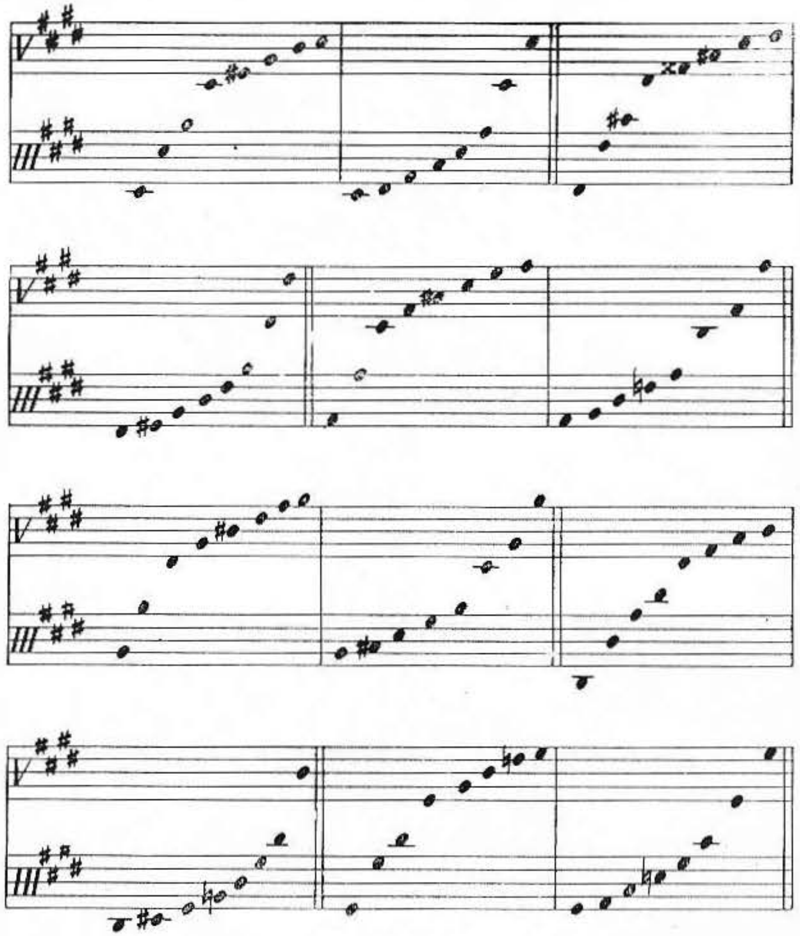




3



Mostramos a continuación algunos ejemplos de las series armónicas en relación con la escala de los grados, teniendo éstas como base la sucesión de segundas que entran en dicha escala. Precísense las series armónicas restantes.



No obstante ser el acorde quebrado do-re-fa-la-do' la base inmediata de la primera posición de la escala de los grados, lo que debe procurarse simplificar lo más posible al analizar cualquier escala, podemos a la vez considerarla en diferentes formas; por ejemplo:

Estúdiense separadamente las posiciones regulares de esta escala precisando sus respectivos acordes. Puntualizar las características de una escala es labor sumamente extensa; tan sólo aprovecharemos esta oportunidad para mostrar la conveniencia de familiarizarse con la práctica de los números. Veamos, por ejemplo, este caso: si en el acorde quebrado de la novena escala fundamental del metro octava, do-re-fa-la, descendemos una octava la nota re, transformamos las relaciones en un acorde quebrado de la décimoquinta escala fundamental del metro doble-octava, re-do'-fa'-la', igual a do-si♭-mi♭'-sol', y, en consecuencia al formar su inmediata escala compleja obtendremos lo siguiente:

Acordes:

Escala compleja

Relacionando con la nota do sus respectivas posiciones regulares las apreciaremos en esta forma:

Muestran estos ejemplos dos escalas complejas nacidas de la misma fuente con distinta interpretación; ambas tienen las mismas notas, pero en diferentes posiciones y orden de altura; tóquense, por ejemplo, las primeras posiciones en un piano bien afinado, y se notará su estrecha relación, siendo sus matices parecidos.

Asimismo tóquese la escala de los grados descendiendo con su respectiva recíproca, alternándola con la cuarta posición del último ejemplo:

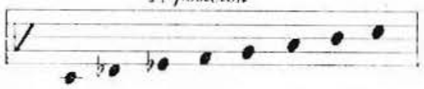
Volvamos al acorde que nos ha servido de base, do-re-fa-la; anulando el re y empleando el si, estas relaciones continúan formando un acorde quebrado de la novena escala fundamental del metro octava, do-fa-la-si; dándoles el mismo desarrollo obtenemos el campo armónico siguiente:

Acordes:

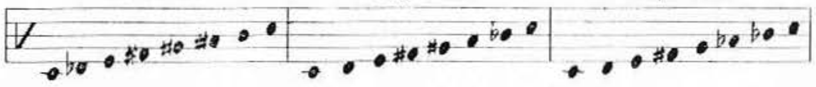
quebrado *recíproco*

Escala compleja

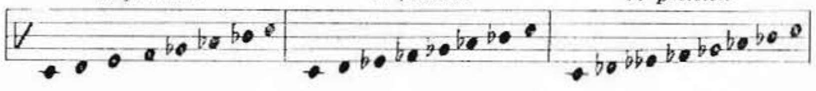
1ª posición



2ª posición *3ª posición* *4ª posición*



5ª posición *6ª posición* *7ª posición*



Mostraremos un ejemplo más: si en el acorde do-fa-la-si substituimos el la por un la♭, las relaciones do-fa-la♭-si formarán un acorde de la vigésimaséptima escala fundamental del metro octava, estrechamente ligado a la novena escala fundamental; desarrollándolo por medio del concepto de posiciones regulares obtenemos:

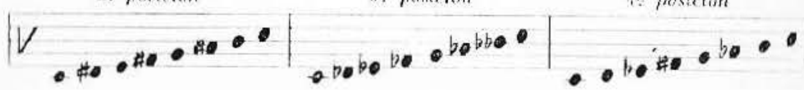
Acordes:

quebrado *recíproco*

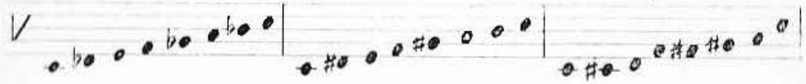
Escala compleja

1ª posición

2ª posición *3ª posición* *4ª posición*



5ª posición *6ª posición* *7ª posición*



Los ejemplos expuestos en relación con la escala de los grados aplíquense, igualmente, a las demás escalas anotadas con anterioridad. Una simple escala o acorde, por sencillo que sea, es suficiente para precisar todo un sistema musical.

RITMO

El ritmo indica periodos sucesivos, y establece la forma de acentuar, ya sean sonidos o golpes. El ritmo tiene como base las progresiones geométricas, afirmación que se comprueba fácilmente: si quisiéremos usar una progresión aritmética, la *gráfica de las relaciones* entre sus términos consecutivos sería la siguiente:

1 2 3 4 5 6 7

Si de esta serie tomáremos 1-2, para obtener el ritmo más sencillo, nos encontraríamos con grandes dificultades al subdividirlo. Si a su vez quisiéremos usar, por ejemplo, 1-2-3, sería materialmente imposible desarrollarlo dentro de los procedimientos musicales.

Tratándose de ritmo, lo que interesa en música no es la serie sucesiva, sino las relaciones que guardan entre sí los términos de ella. La *gráfica de las relaciones* entre los valores de una progresión geométrica es la siguiente:

1 2 4 8 16 32 64

Se obtiene, en esta forma, *uniformidad en un tiempo dado*, requisito indispensable en el ritmo.

De lo expuesto se infiere que las primeras relaciones rítmicas, sencillas en expresión, pero con un desarrollo amplísimo, son las siguientes:

Primer ritmo:	1	2				
Segundo ritmo:	1	1.4142	2			
Tercer ritmo:	1	1.2600	1.5784	2		
Cuarto ritmo:	1	1.1892	1.4142	1.6818	2	
Quinto ritmo:	1	1.1487	1.3195	1.5157	1.7411	2

etc.

Partiendo del 2, se establece otra serie igual a la anterior. El espacio comprendido entre 1 y 2 representa un compás.

La relación 1:2, dentro del terreno rítmico, representa ahora la unidad de tiempo, y las formas rítmicas quedan establecidas por las series geométricas cuyas respectivas razones son las sucesivas raíces de dos. De las relaciones que guardan entre sí los términos consecutivos de dichas series, obtenemos, para cada compás:

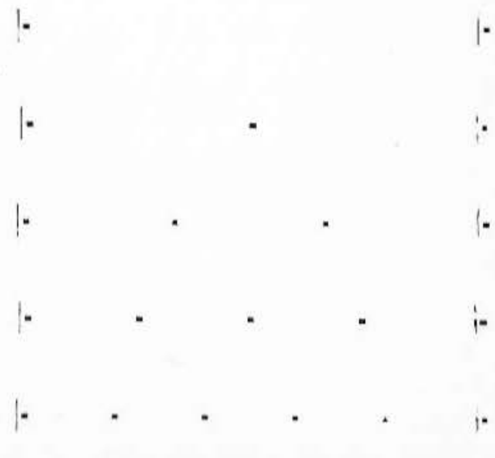
Primer ritmo, 1:2:

Segundo ritmo, $\sqrt[2]{2}$:

Tercer ritmo, $\sqrt[3]{2}$:

Cuarto ritmo, $\sqrt[4]{2}$:

Quinto ritmo, $\sqrt[5]{2}$:



etc.

MÉTRICA

La métrica comprende el estudio del fraseo, y sirve a la vez para simplificar la lectura y apreciar con facilidad el contenido de una obra musical.

Puede ir o no de acuerdo con el ritmo; si usamos, por ejemplo, la primera forma rítmica, de esta manera:

el ritmo y la métrica irán en sentido uniforme; pero si procedemos en esta otra forma:

la métrica se habrá separado del ritmo, conservando cada cual su objeto.

MELODÍA

La melodía tiene como normas constructivas los principios armónicos, rítmicos y métricos; puede tener toda la fantasía que se quiera, pero, al ser tocadas sus notas conjuntamente con sus respectivos acordes, deberá ser armónica.

En el campo de la música, la melodía representa la composición horizontal, y la vertical, la armonía; para que una obra esté bien construída debe tener estos dos factores en perfecto equilibrio.

Todas las escalas, de las que hemos tratado, pueden servirnos para crear innumerables melodías.

TERCERA PARTE
CAMINOS DIVERSOS

CAPÍTULO CUARTO

DIFERENTES SISTEMAS MUSICALES

Subdivisión del tono

Vieja preocupación ha sido, entre los músicos, obtener nuevas fuentes de riqueza armónica subdividiendo el intervalo de segunda, 1.1225, tradicionalmente denominado tono. Desde este punto de vista estudiaremos primero las progresiones geométricas para definir las posibles continuaciones del temperamento de 12 sonidos. Este sistema musical entrega una sucesión de seis segundas en la octava, comprendiendo cada una dos *puntos*. Subdividiendo el valor de esta segunda en tres puntos, es decir, tres partes iguales entre sí, construiremos una progresión geométrica, cuya razón, 1.03927, proporciona 18 sonidos dentro de la relación 2/1; sus respectivos valores son los siguientes:

1	1.0393	1.0801	1.1225	1.1665	1.2123	1.2600	1.3095
1.3608	1.4142	1.4697	1.5275	1.5874	1.6497	1.7145	1.7818
1.8518	1.9245	2					

Con los tercios de tono se logra un resultado negativo; destruimos las relaciones que dan vida al temperamento de 12, la quinta y la cuarta.

Los cuartos de tono, 24 sonidos iguales entre sí en la octava, están constituídos por los valores:

1	1.0293	1.0595	1.0905	1.1225	1.1553	1.1892	1.2241
1.2600	1.2969	1.3348	1.3740	1.4142	1.4558	1.4983	1.5422
1.5874	1.6339	1.6818	1.7311	1.7818	1.8340	1.8877	1.9431
2							

Los nuevos intervalos que se obtienen son pobres; formamos dos círculos de doce sonidos con los cuales, independientemente, puede hacerse música; al mezclarlos no se logra mayor riqueza armónica, habiéndose perdido la facilidad práctica que representan los doce sonidos aisladamente.

Los 30 sonidos dentro de la octava, quintos de tono, tienen como razón 1.02339; el total de sus valores es el siguiente:

1	1.0234	1.0473	1.0718	1.0968	1.1225	1.1487	1.1755
1.2030	1.2312	1.2600	1.2894	1.3195	1.3503	1.3819	1.4142
1.4473	1.4811	1.5157	1.5512	1.5874	1.6245	1.6625	1.7013
1.7411	1.7818	1.8235	1.8661	1.9097	1.9543	2	

Obtenemos buenas imitaciones de los intervalos 5/3 y 6/5, cierta aproximación al 7/4 y al 8/7; pero se han destruído el 3/2 y el 4/3. Esta serie será estudiada más adelante desde distinto punto de vista.

Los respectivos valores de los 36 sonidos iguales entre sí en la octava, son los siguientes:

1	1.0194	1.0393	1.0595	1.0801	1.1011	1.1225	1.1443
1.1665	1.1892	1.2123	1.2359	1.2600	1.2845	1.3095	1.3348
1.3608	1.3873	1.4142	1.4417	1.4697	1.4983	1.5275	1.5572
1.5874	1.6183	1.6497	1.6818	1.7145	1.7479	1.7818	1.8164
1.8518	1.8877	1.9245	1.9619	2			

Los sextos de tono proporcionan tres círculos de doce sonidos; podemos unirlos, armónicamente, con las buenas aproximaciones que se obtienen, a los intervalos 7/4, 8/7, 9/7 y 14/9. y con la perfección, puede decirse, del 7/6 y 12/7; estas cualidades, en las que puede apoyarse su musicalidad, no compensan el destruir la facilidad práctica del temperamento de doce. Sin embargo, es una serie que debe tenerse en cuenta.

Los 42 sonidos en la octava, séptimos de tono, están constituídos por los valores:

1	1.0166	1.0336	1.0507	1.0682	1.0860	1.1041	1.1225
1.1412	1.1601	1.1794	1.1991	1.2190	1.2393	1.2600	1.2809
1.3022	1.3239	1.3459	1.3693	1.3911	1.4142	1.4378	1.4617
1.4860	1.5107	1.5359	1.5614	1.5874	1.6138	1.6407	1.6679
1.6957	1.7239	1.7526	1.7818	1.8114	1.8416	1.8722	1.9056
1.9366	1.9680	2					

Son inútiles las aproximaciones a los intervalos 5/3, 6/5, 7/4, 8/7, 21/20 y 40/21; no se obtiene el 3/2. Cuando se dice no obtener el 3/2 debe interpretarse esto no solamente por lo que en sí representa dicho intervalo, sino también en relación con los casos en que de hecho interviene. Por ejemplo, al carecer del 3/2, no obtendremos el 4/3; destruimos a la vez el 3/1, cuyas escalas fundamentales, igual que las del 2/1 y 4/1, quedan rotas. Analizando el 3/2 dentro del concepto de las relaciones sencillas, se observará que forma parte de numerosos acordes necesarios en el orden armónico; al excluirlo, aparentemente, quitamos tan sólo un ladrillo de ese edificio musical, lo que basta para derrumbarlo indefectiblemente.

Los 48 sonidos en la octava están representados por los valores:

1	1.0145	1.0292	1.0443	1.0595	1.0749	1.0905	1.1064
1.1225	1.1388	1.1553	1.1721	1.1893	1.2065	1.2241	1.2419
1.2600	1.2783	1.2969	1.3157	1.3348	1.3542	1.3740	1.3938
1.4142	1.4348	1.4558	1.4768	1.4983	1.5201	1.5422	1.5646
1.5874	1.6105	1.6339	1.6577	1.6818	1.7063	1,7311	1.7563
1.7818	1.8017	1.8340	1.8607	1.8877	1.9152	1.9431	1.9713
2							

Esta serie, que proporciona octavos de tono, no tiene objeto en música; con los 36 sonidos se lograrían mejores resultados armónicos.

Los respectivos valores de los 54 sonidos iguales entre sí en la octava, novenos de tono, son los siguientes:

1	1.0129	1.0260	1.0392	1.0527	1.0663	1.0801	1.0940
1.1082	1.1225	1.1370	1.1517	1.1665	1.1815	1.1968	1.2123
1.2280	1.2439	1.2600	1.2762	1.2927	1.3094	1.3263	1.3434
1.3608	1.3784	1.3962	1.4142	1.4325	1.4510	1.4697	1.4887
1.5079	1.5274	1.5471	1.5671	1.5874	1.6078	1.6287	1.6497
1.6711	1.6927	1.7145	1.7366	1.7591	1.7818	1.8049	1.8282
1.8518	1.8757	1.8999	1.9244	1.9493	1.9744	2	

Se caracteriza esta serie por su perfección en los intervalos 7/6 y 12/7, y aproximaciones al 10/9 y al 9/5; en lo que se refiere al 3/2 y 4/3 es de todo punto deficiente.

Los décimos de tono, es decir, 60 sonidos iguales entre sí dentro de la octava, están constituídos por los valores:

1	1.0116	1.0234	1.0353	1.0473	1.0595	1.0718	1.0842
1.0968	1.1096	1.1225	1.1355	1.1487	1.1620	1.1755	1.1892
1.2030	1.2170	1.2312	1.2455	1.2600	1.2746	1.2894	1.3044
1.3195	1.3348	1.3503	1.3660	1.3819	1.3979	1.4142	1.4306
1.4473	1.4641	1.4811	1.4983	1.5157	1.5334	1.5512	1.5692
1.5874	1.6058	1.6245	1.6434	1.6625	1.6818	1.7013	1.7211
1.7411	1.7613	1.7818	1.8025	1.8235	1.8447	1.8661	1.8877
1.9097	1.9319	1.9543	1.9771	2			

Logramos buenas imitaciones del 5/3 y 6/5, cierta aproximación al 5/4 y 8/5, substituyendo intervalos de importancia armónica como el 21/20 y el 25/24; nada más, desde el punto de vista que estamos estudiando.

Los 72 sonidos en la octava, dozavos de tono, proporcionan mayor riqueza armónica; con esta progresión geométrica se adquiere el máximo de armonía dentro de un sistema musical en el que no se destruya el temperamento de doce. Veamos el conjunto de sus respectivos valores:

1	1.0097	1.0194	1.0293	1.0393	1.0493	1.0595	1.0697
1.0801	1.0905	1.1011	1.1117	1.1225	1.1333	1.1443	1.1554
1.1665	1.1778	1.1892	1.2007	1.2123	1.2241	1.2359	1.2479
1.2600	1.2722	1.2845	1.2969	1.3095	1.3221	1.3348	1.3478
1.3608	1.3740	1.3873	1.4007	1.4142	1.4279	1.4417	1.4557
1.4697	1.4840	1.4983	1.5128	1.5275	1.5423	1.5572	1.5723
1.5874	1.6027	1.6183	1.6339	1.6497	1.6657	1.6818	1.6981
1.7145	1.7311	1.7479	1.7648	1 7818	1.7990	1.8164	1.8340
1.8518	1.8697	1.8877	1.9060	1.9245	1.9431	1.9619	1.9808
2							

Clasificaremos esta serie en puntos, como lo hicimos en los doce sonidos, para compararlos fácilmente con los más indispensables intervalos en armonía:

		Aproximación en puntos:
21/20	= 1.0500	1.0494 = 5
16/15	= 1.0666	1.0697 = 7
10/9	= 1.1111	1.1117 = 11
9/8	= 1.1250	1.1225 = 12
8/7	= 1.1428	1.1443 = 14
7/6	= 1.1666	1.1665 = 16
6/5	= 1.2000	1.2007 = 19
5/4	= 1.2500	1.2479 = 23
9/7	= 1.2857	1.2845 = 26
4/3	= 1.3333	1.3348 = 30
7/5	= 1.4000	1.4007 = 35
10/7	= 1.4295	1.4279 = 37
3/2	= 1.5000	1.4983 = 42
14/9	= 1.5555	1.5572 = 46
8/5	= 1.6000	1.6027 = 49
5/3	= 1.6667	1.6657 = 53
12/7	= 1.7142	1.7145 = 56
7/4	= 1.7500	1.7479 = 58
16/9	= 1.7777	1.7818 = 60
9/5	= 1.8000	1.7990 = 61
15/8	= 1.8750	1.8697 = 65
40/21	= 1.9047	1.9060 = 67
2/1		2/1 = 72

Toda vez que con los 72 sonidos se puede imitar la sexta escala fundamental del metro octava, debemos considerar en comparación los intervalos siguientes:

		Aproximación en puntos:
11/9	= 1.2222	1.2240 = 21
11/8	= 1.3750	1.3740 = 33
13/9	= 1.4444	1.4417 = 39
11/7	= 1.5714	1.5722 = 48
13/8	= 1.6250	1.6183 = 50
11/6	= 1.8326	1.8340 = 63
13/7	= 1.8571	1.8518 = 64
17/9	= 1.8888	1.8877 = 66

Con los 72 sonidos obtenemos seis series de 12; para enlazarlas entre sí, armónicamente, poseemos los anteriores valores. Las dificultades prácticas para el uso de este temperamento son crecidas; no obstante, no será aquí donde encontraremos el más grande obstáculo.

Antes de terminar las consideraciones a este respecto, debemos revisar dos progresiones más, con objeto de comprobar que no se obtiene mayor riqueza armónica aumentando el número de sonidos.

Con los 84 sonidos iguales entre sí en la octava, catorzavos de tono, obtenemos:

1	1.0083	1.0166	1.0251	1.0335	1.0421	1.0507	1.0595
1.0582	1.0771	1.0860	1.0950	1.1041	1.1132	1.1225	1.1318
1.1411	1.1506	1.1601	1.1697	1.1794	1.1892	1,1991	1.2090
1.2190	1.2291	1.2393	1.2496	1.2600	1.2704	1.2809	1.2916
1.3023	1.3131	1.3239	1.3348	1.3459	1.3570	1.3683	1.3796
1.3911	1.4026	1.4142	1.4259	1.4378	1.4497	1.4617	1.4738
1.4860	1.4983	1.5107	1.5233	1.5359	1.5486	1.5614	1.5744
1.5874	1.6006	1.6138	1.6272	1.6407	1.6543	1.6679	1.6818
1.6957	1.7098	1.7239	1.7382	1.7526	1.7671	1.7818	1.7966
1.8114	1.8265	1.8416	1.8568	1.8722	1.8877	1.9034	1.9192
1.9351	1.9511	1.9673	1.9836	2			

Serie que se caracteriza por su proximidad al 5/4, y, naturalmente, al 8/5; por lo demás, puede apreciarse que no representa mayor beneficio armónico al obtenido con los 72 sonidos.

La progresión geométrica de 96 sonidos en la octava, dieciseisavos de tono, están constituídos por los valores siguientes:

1	1.0072	1.0145	1.0219	1.0293	1.0368	1.0433	1.0518
1.0595	1.0671	1.0749	1.0826	1.0905	1.0984	1.1064	1.1144
1.1225	1.1306	1.1388	1.1470	1.1553	1.1637	1.1721	1.1806
1.1892	1.1978	1.2065	1.2152	1.2241	1.2329	1.2419	1.2509
1.2600	1.2691	1.2783	1.2876	1.2969	1.3063	1.3157	1.3253
1.3348	1.3445	1.3542	1.3640	1.3740	1.3839	1.3938	1.4040
1.4142	1.4244	1.4348	1.4452	1.4558	1.4662	1.4768	1.4875
1.4983	1.5092	1.5201	1.5311	1.5422	1.5534	1.5646	1.5760
1.5874	1.5989	1.6105	1.6222	1.6339	1.6457	1.6577	1.6697
1.6818	1.6940	1.7063	1.7186	1.7311	1.7436	1.7563	1.7690
1.7818	1.7947	1.8077	1.8208	1.8340	1.8473	1.8607	1.8742
1.8877	1.9014	1.9152	1.9291	1.9431	1.9571	1.9713	1.9856
2							

Esta serie mejora únicamente en la práctica las aproximaciones a los intervalos 16/15, 15/8, 9/7 y 14/9. Hemos aumentado 12 sonidos a los 84 y 24 a los 72 para obtener resultados negativos.

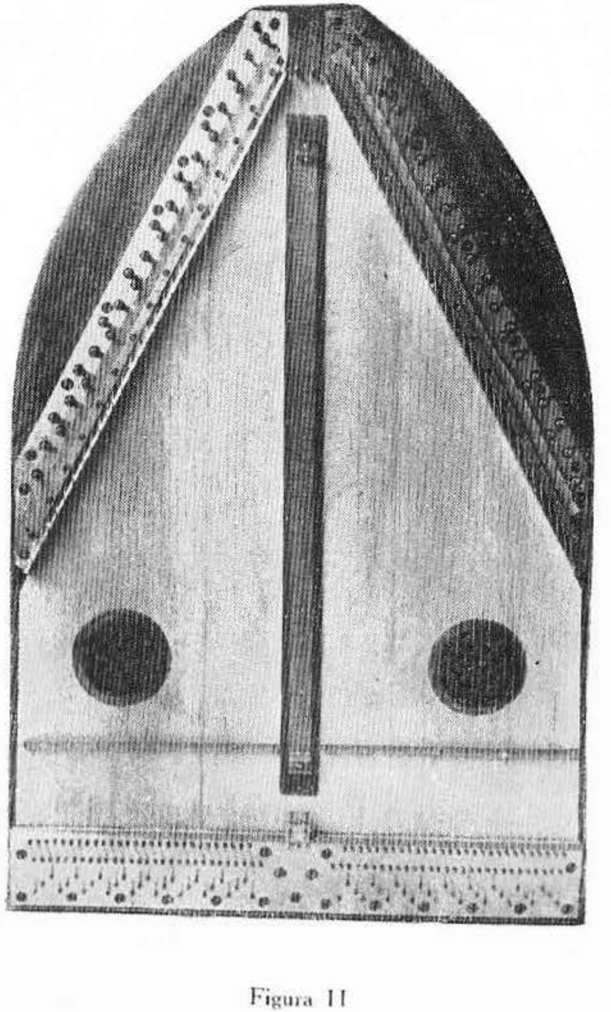


Figura 11

En algunas de las comparaciones a que se han sujetado las diferentes subdivisiones del tono, nos hemos servido de esta caja acústica, en la cual, afinada una sección con determinadas escalas fundamentales, en la sección contraria se fijaban los intervalos de una progresión geométrica con la cual se pretendía substituirlas.

Como resumen de lo expuesto, y para facilitar la comparación entre sí de los respectivos temperamentos anotados, construiremos el cuadro siguiente:

		Sonidos dentro de la relación 2/1:			
		60	*72*	*84*	*96*
21/20	= 1.0500	1.0473	1.0494	1.0507	1.0518
16/15	= 1.0666	1.0718	1.0697	1.0682	1.0671
10/9	= 1.1111	1.1096	1.1117	1.1132	1.1144
9/8	= 1.1250	1.1225	1.1225	1.1225	1.1225
8/7	= 1.1428	1.1487	1.1443	1.1411	1.1388
7/6	= 1.1666	1.1620	1.1665	1.1697	1.1637
6/5	= 1.2000	1.2030	1.2007	1.1991	1.1978
5/4	= 1.2500	1.2455	1.2479	1.2496	1.2509
9/7	= 1.2857	1.2894	1.2845	1.2809	1.2876
4/3	= 1.3333	1.3348	1.3348	1.3348	1.3348
7/5	= 1.4000	1.3979	1.4007	1.4026	1.4040
10/7	= 1.4285	1.4306	1.4279	1.4257	1.4244
3/2	= 1.5000	1.4983	1.4983	1.4983	1.4983
14/9	= 1.5555	1.5512	1.5572	1.5614	1.5534
8/5	= 1.6000	1.6058	1.6027	1.6006	1.5989
5/3	= 1.6667	1.6625	1.6657	1.6679	1.6697
12/7	= 1.7142	1.7211	1.7145	1.7098	1.7184
7/4	= 1.7500	1.7411	1.7479	1.7526	1.7563
16/9	= 1.7777	1.7818	1.7818	1.7818	1.7818
9/5	= 1.8000	1.8025	1.7990	1.7966	1.7947
15/8	= 1.8750	1.8661	1.8697	1.8722	1.8742
40/21	= 1.9047	1.9097	1.9060	1.9034	1.9014

No por el prurito de aumentar sonidos se obtendrá mayor riqueza armónica. Si se quiere, podemos subdividir el tono en mil partes; no obstante, cualquier número de sonidos que se precisen serán pocos en relación con los necesarios en la perfecta armonía, no sirviendo, en este caso, ni como referencia teórica; equivaldría a fijar un punto convencional de comparación dentro de otro convencionalismo.

Del estudio anterior se deduce que las series de 36 y 72 sonidos iguales entre sí en la octava poseen manifiestas cualidades armónicas. Ahora bien, ¿son ellas las indicadas para substituir, mejor dicho, aumentar el número de sonidos del temperamento de 12? La contestación es negativa, toda vez que con un número menor de sonidos se pueden obtener mejores resultados, logrando un orden más de acuerdo con los principios armónicos.

Nuestra conclusión sobre la subdivisión del tono estudiada, es la siguiente: *El temperamento de doce sonidos debe dejarse tal como es, por sí está completo; sus cualidades musicales lo determinan como el primer paso en la armonía práctica.* Cualquier número de sonidos que se pretenda agregarle no contribuiría más que a complicarlo inútilmente.

Campos armónicos distintos

Estudiaremos, ahora, algunas de las progresiones geométricas anotadas en el Capítulo Segundo desde un punto de vista más amplio, y teniendo como guía las primeras escalas fundamentales dentro de las relaciones sencillas.

Después del temperamento de 12 detiene nuestra atención la serie de 19 sonidos iguales entre sí en la octava; su razón, 1.037155, proporciona los valores siguientes:

1	1.0372	1.0757	1.1157	1.1571	1.2001	1.2447	1.2909
1.3389	1.3887	1.4403	1.4938	1.5493	1.6068	1.6665	1.7285
1.7927	1.8593	1.9284	2				

Se singulariza esta serie por su perfección, puede decirse, en las relaciones 5/3 y 6/5; el 1.116, que substituye a las segundas 1.111 y 1.125, establece una cuarta en relación a la quinta, y una quinta en relación a la sexta, lo que representa facilidad en la composición musical. Referente a los intervalos 3/2 y 4/3, se obtiene para el 1.5 una aproximación de 1.494 y 1.339 para el 1.333, valores que están dentro del margen prohibido en el campo de las pulsaciones. El 1.245 que representa el intervalo de tercera, 1.250, es deficiente, debido, como en el caso de la quinta y cuarta, al fenómeno de las pulsaciones.

Con características semejantes se presenta la progresión geométrica de 22 sonidos:

1	1.0320	1.0650	1.0991	1.1343	1.1706	1.2081	1.2468
1.2867	1.3278	1.3703	1.4142	1.4594	1.5061	1.5544	1.6042
1.6555	1.7085	1.7632	1.8196	1.8779	1.9380	2	

El defecto en la aproximación a los intervalos 3/2 y 4/3 es inverso al obtenido en la serie de 19, resulta ahora por exceso en la quinta, 1.506, y deficiencia en la cuarta, 1.327; se obtienen aproximaciones a los intervalos 5/4 y 8/5; buena imitación al 15/8 y 16/15; lo que serían el 5/3 y el 6/5 entran, igualmente, en el terreno prohibido de las pulsaciones. Los temperamentos de 19 y 22 sonidos sólo podrían usarse en limitados instrumentos musicales.

La progresión de 26 sonidos proporciona casi perfecta la segunda escala fundamental del metro 7/4: 1, 11/8, 7/4, y su escala recíproca, 1, 14/11, 7/4; naturalmente, se obtiene el 8/7. Posee aproximaciones a los intervalos 5/3, 6/5, 10/9 y 9/5, pero el valor 1.492, que substituiría al 1.5, es defectuoso como imitación de relación sencilla.

Los 29 sonidos en la octava presentan aspectos interesantes; están constituídos por los valores siguiente:

1	1.0242	1.0490	1.0744	1.1003	1.1269	1.1542	1.1821
1.2107	1.2400	1.2700	1.3008	1.3322	1.3644	1.3974	1.4312
1.4658	1.5013	1.5376	1.5748	1.6129	1.6519	1.6918	1.7327
1.7746	1.8175	1.8615	1.9065	1.9526	2		

En comparación con el temperamento de 12, tiene los mismos valores de aproximación a los primeros intervalos en música, pero en forma inversa:

Base de comparación	*Valores de la serie de 12 sonidos*		*Valores de la serie de 29 sonidos*	
3/2 = 1.5000	1.4984	−.0016	1.5013	+.0013
4/3 = 1.3333	1.3348	+.0014	1.3322	−.0012
5/3 = 1.6667	1.6818	+.0151	1.6519	−.0148
6/5 = 1.2000	1.1892	−.0108	1.2107	+.0107
5/4 = 1.2500	1.2600	+.0100	1.2400	−.0100
8/5 = 1.6000	1.5874	−.0126	1.6129	+.0129
9/8 = 1.1250	1.1225	−.0025	1.1269	+.0029
16/9 = 1.7778	1.7818	+.0040	1.7746	−.0032
2/1	2		2	

Esta inversión en los valores de aproximación a los intervalos anotados, da como resultado musical que si el temperamento de 12 sonidos se manifiesta con tendencia a efectos ríspidos, ca-

Pulgadas	
24	fundamental
23.433	
22.879	
22.338	
21.812	
21.297	segunda
20.794	
20.303	
19.823	
19.355	tercera
18.898	
18.450	
18.015	cuarta
17.590	
17.175	
16.769	
16.373	
15.986	quinta
15.609	
15.240	
14.880	
14.529	sexta
14.186	
13.852	
13.524	
13.205	
12.893	séptima
12.588	
12.291	
12	octava

Figura 12

Como experimentación hemos fijado en esta guitarra el temperamento de 29 sonidos en la octava; los trastes representan las longitudes indicadas al margen.

reciendo de cierto grado de flexibilidad, el temperamento de 29 proporciona matices delicados, pero persiste en impresiones tristes y monotonía en colores obscuros. En esta serie el intervalo de tercera no puede considerarse, como en el temperamento de 12 sonidos, representativo del 34/27; aquí tiene que substituir al 1.250 el 1.240, y desde este punto de vista es deficiente.

Sus respectivas afinaciones no presentan problema alguno; igual que en el temperamento de 12, comprenden ocho grados, concretándose, por ejemplo, para la octava afinación a la fórmula: cuartas, 0; quintas, +7; octavas, +7 pulsaciones sencillas en cinco segundos.

El temperamento de 29 sonidos, en general, no mejora lo obtenido con la progresión de 12, y lo que proporciona no compensa las dificultades que presenta en la práctica.

Nuestra atención se detiene inmediatamente después en la serie de 31 sonidos dentro de la octava:

1	1.0226	1.0457	1.0694	1.0936	1.1183	1.1435	1.1694
1.1958	1.2228	1.2505	1.2788	1.3077	1.3373	1.3676	1.3985
1.4301	1.4624	1.4956	1.5293	1.5639	1.5993	1.6355	1.6725
1.7102	1.7489	1.7884	1.8288	1.8702	1.9125	1.9558	2

Tiene como particularidad de trascendencia en la composición musical el valor 1.118, que substituiría al 10/9 = 1.111 y al 9/8 = 1.125; la posibilidad de formar la imitación de la tercera-disminuída 6/5 con el valor 1.337 en relación al 1.118, y partiendo de éste al 1.496, obtener una cuarta, y al 1.672 una quinta, representa una grande facilidad al crear música; esto es el resultado de dividir el 5/4 en forma geométrica, lo que establece una conveniencia práctica. Si esta serie tuviere aproximaciones menos defectuosas a la quinta y a la cuarta, podríase considerar inmejorable, porque no llegando a un número exagerado de sonidos, proporcionaría las más indispensables aproximaciones a los primeros intervalos en música. Entre sus cualidades armónicas posee el 5/4 y el 8/5 casi perfectos, bastante aceptable la imitación al 5/3 y al 6/5, buenas substituciones al 7/4 y al 8/7, además de las aproximaciones a los intervalos

7/6, 12/7, 7/5, 10/7, 15/8, 16/15, 40/21, 21/20, 18/11, 11/9, y cierta proximidad al 9/7 y al 14/9; pero las quintas y cuar-

Pulgadas	
26.840	fundamental
26.246	
25.666	
25.098	
25.542	
24	segunda
23.470	
22.951	
22.443	
21.946	
21.461	tercera
20.988	
20.523	
20.070	cuarta
19.627	
19.192	
18.768	
18.353	
17.947	quinta
17.549	
17.161	
16.781	
16.412	
16.047	sexta
15.693	
15.346	
15.007	
14.675	
14.350	séptima
14.034	
13.722	
13.420	octava

Figura 13

Guitarra con el temperamento de 31 sonidos en la octava; sus respectivos trastes están de acuerdo con las longitudes anotadas al margen.

tas están en el terreno vedado de las pulsaciones. No obstante, si se pudieren construir instrumentos musicales en los que las pulsaciones no fueren molestas, este temperamento sería de utilidad.

Asimismo representa interés armónico la progresión de 34 sonidos dentro de la octava:

1	1.0206	1.0416	1.0630	1.0849	1.1973	1.1302	1.1535
1.1773	1.2015	1.2262	1.2514	1.2772	1.3035	1.3303	1.3577
1.3857	1.4142	1.4434	1.4731	1.5035	1.5345	1.5661	1.5983
1.6312	1.6648	1.6991	1.7341	1.7693	1.8062	1.8434	1.8817
1.9201	1.9596	2					

Obtenemos aceptables aproximaciones a los intervalos 5/3, 6/5, 5/4 y 8/5; mejoran las aproximaciones de la serie de 31 en los valores 3/2 y 4/3; el 10/9 y el 9/8 adquieren vida propia. En ciertas condiciones acústicas este temperamento puede ser de utilidad musical, no obstante las limitaciones que representa el estar formado por dos círculos de 17 sonidos.

Comparando entre sí los temperamentos de 29, 31 y 34 sonidos con los valores de la tercera y cuarta escalas fundamentales del metro 2/1, obtenemos:

Base de comparación	*Valores de los temperamentos de* 29	31	34
8/7 = 1.1429	1.1542	1.1435	1.1302
6/5 = 1.2000	1.2107	1.1964	1.2013
5/4 = 1.2500	1.2400	1.2505	1.2514
4/3 = 1.3333	1.3322	1.3373	1.3303
3/2 = 1.5000	1.5013	1.4956	1.5035
8/5 = 1.6000	1.6129	1.5993	1.5983
5/3 = 1.6667	1.6519	1.6725	1.6648
7/4 = 1.7500	1.7327	1.7489	1.7698
2/1	2	2	2

Considerando las series de 29, 31 y 34 representados por igual número de puntos, y dándoles una organización similar dentro de los siete grados en los que está clasificado el sistema de 12, guardan el ordenamiento siguiente:

Temperamento de 29

do	.	re	.	mi	.	fa	.	sol	.	la	.	si	.	do'
	.		.		.		.		.		.		.	
	.		.				.		.		.			
	.						.				.			

Temperamento de 31

do	.	re	.	mi	.	fa	.	sol	.	la	.	si	.	do'
	.		.		.		.		.		.		.	
	.		.				.		.		.			
	.		.				.		.		.			

Temperamento de 34

do	.	re	.	mi	.	fa	.	sol	.	la	.	si	.	do'
	.		.		.		.		.		.		.	
	.		.				.		.		.			
	.		.				.		.		.			
	.						.				.			

La escala de los grados representaría, ahora, los valores:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do'
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

En los temperamentos de 29 y 34 sonidos el intervalo de tercera se encuentra dividido por un número impar; adquieren independencia los valores representativos del 9/8 y 10/9; esto hace que la interpretación armónica de la escala de los grados sea de mayor complejidad que la del temperamento de 12 sonidos. La diversidad de matices, propios del uso de varias segundas, origina que sufran frecuente alteración las séptimas, sextas, terceras, quintas y cuartas; en el temperamento de 34, el empleo del 10/9 y del 9/8 en la composición musical obliga a alterar, frecuentemente, en un punto, los grados de la escala representada por los símbolos, unas veces aumentándolos, otras, disminuyéndolos; es de tal modo delicado este asunto, que algunas veces hemos llegado a pensar que deberíamos conformarnos, en la música práctica, con haber obtenido la segunda escala fundamental del metro 2/1 con el temperamento de 12 sonidos.

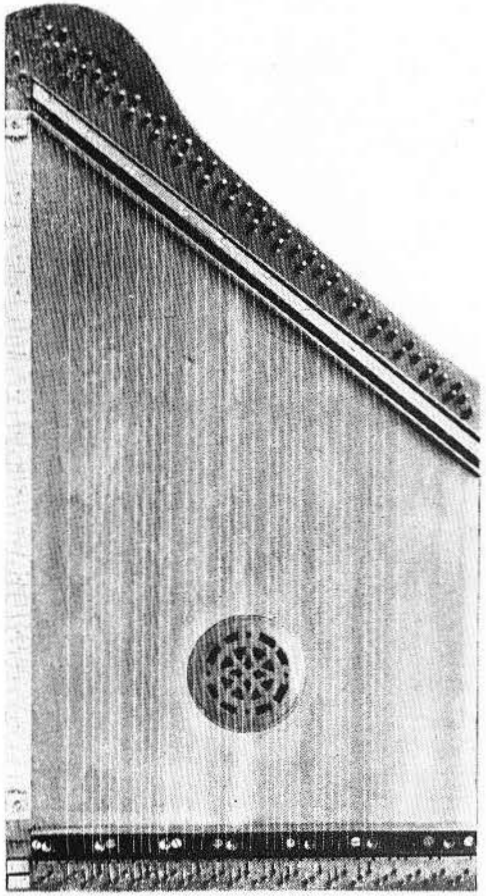


Figura 14

Caja acústica para el estudio de los temperamentos de 19, 22, 31 y 34 sonidos en la octava. En uno de sus extremos puede apreciarse la regla graduada de afinación.

En el sistema de 12, como en el de 31, al estar unidas en un solo valor las relaciones 9/8 y 10/9, la sucesión de los grados forma una *escala compleja regular*, que en sus diversas posiciones regulares se desenvuelve en siete posiciones distintas. En los temperamentos de 29 y 34 sonidos resulta una *escala compleja irregular*, y, al desarrollarla dentro del concepto de posiciones regulares, se transforma en catorce escalas diferentes. Esta riqueza armónica se aparta de la ideología musical actual, y juzgando dentro de este criterio es donde vemos también uno de los escollos que presenta el desligar las segundas 10/9 y 9/8. El que un temperamento sea de más fácil interpretación no significa que tenga mejores condiciones musicales, es solamente una cualidad que debe tenerse en cuenta.

Continuando el estudio de las progresiones geométricas, resalta, inmediatamente después, la serie de 41 sonidos:

1	1.0170	1.0344	1.0520	1.0699	1.0881	1.1066	1.1255
1.1448	1.1643	1.1842	1.2044	1.2249	1.2458	1.2670	1.2886
1.3106	1.3330	1.3557	1.3788	1.4023	1.4262	1.4505	1.4752
1.5004	1.5260	1.5520	1.5785	1.6053	1.6327	1.6605	1.6888
1.7177	1.7470	1.7768	1.8071	1.8378	1.8691	1.9010	1.9334
1.9665	2						

Entre las progresiones estudiadas no se ha obtenido aún una aproximación tan extrema a las relaciones 3/2, 4/3, 9/8 y 16/9 como la que proporciona esta serie; entre otros valores, tiene, además, imitaciones a los intervalos 5/3, 6/5, 5/4, 8/5, 7/4, 8/7, 10/7, 9/5, 10/9, 7/6, 12/7, 9/7, 14/9, 15/8, 16/15, 21/20, 40/21, 11/8 y 16/11.

Los 46 sonidos dentro de la octava están representados por los valores:

1	1.0152	1.0306	1.0462	1.0621	1.0782	1.0946	1.1112
1.1281	1.1452	1.1626	1.1803	1.1982	1.2164	1.2348	1.2537
1.2726	1.2919	1.3116	1.3315	1.3517	1.3722	1.3930	1.4142
1.4356	1.4574	1.4795	1.5020	1.5248	1.5480	1.5715	1.5954
1.6195	1.6441	1.6690	1.6943	1.7201	1.7462	1.7727	1.7997
1.8270	1.8548	1.8829	1.9115	1.9405	1.9700	2	

Proporcionan un grado menor de aproximación a los intervalos 3/2 y 4/3 al obtenido con los 41 sonidos, sin dejar éstos de ser buenos. Sus valores restantes representan manifiesta musicalidad por las aproximaciones que posee a los intervalos 5/3, 6/5, 5/4, 8/5, 7/4, 8/7, 7/5 y 10/7; obteniéndose el 10/9 y el 9/5, puede decirse, perfectos.

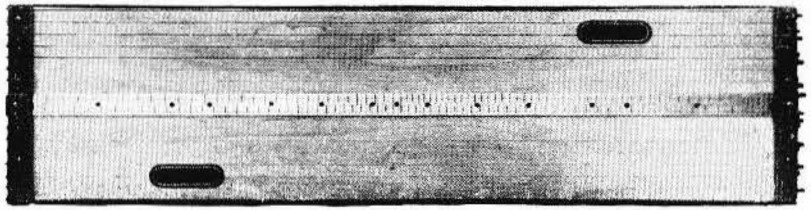


Figura 15

Uno de nuestros sonómetros donde están fijados los temperamentos de 31, 34, 36 y 46 sonidos. Esta caja acústica sirvió, además, para un estudio de diferentes diámetros con igual longitud de cuerdas.

Desde el punto de vista que estamos tratando, no interesa ninguna otra serie en el campo musical hasta llegar a los 53 sonidos iguales entre sí en la octava; su razón, 1.013164, proporciona los valores siguientes:

1	1.0132	1.0265	1.0400	1.0537	1.0676	1.0316	1.0959
1.1103	1.1249	1.1397	1.1547	1.1699	1.1853	1.2009	1.2167
1.2327	1.2490	1.2654	1.2821	1.2989	1.3160	1.3334	1.3509
1.3687	1.3867	1.4050	1.4235	1.4422	1.4612	1.4804	1.4999
1.5197	1.5397	1.5599	1.5805	1.6013	1.6224	1.6437	1.6654
1.6873	1.7095	1.7320	1.7548	1.7779	1.8013	1.8250	1.8490
1.8734	1.8980	1.9230	1.9483	1.9740	2		

Obtenemos en esta forma el máximo de aproximación al 3/2; el valor 1.49999 puede considerarse en realidad igual a 1.5, y el 4/3 en el mismo grado de perfección; proporciona, igualmente, muy buena imitación a la tercera escala fundamental: 1, 4/3, 5/3, 2/1, en consecuencia se obtienen el 5/4 y el 8/5 en idénticas condiciones. Este temperamento substituye, auditivamente correctas, la cuarta y la quinta escalas fundamentales del metro 2/1.

Dentro de las progresiones geométricas a base de 2/1, haremos tan sólo referencia de la serie de 63 sonidos por su aproximación a los intervalos 3/2 y 4/3; sus valores restantes son de escasa cualidad armónica, por estar comprendidos dentro del campo desagradable de las pulsaciones.

La progresión que adquiere positivo valor en música es la de 65 sonidos iguales entre sí en la octava:

1	1.0107	1.0215	1.0325	1.0436	1.0547	1.0661	1.0775
1.0890	1.1007	1.1125	1.1244	1.1365	1.1487	1.1610	1.1734
1.1860	1.1987	1.2116	1.2246	1.2377	1.2510	1.2644	1.2779
1.2916	1.3055	1.3195	1.3337	1.3480	1.3624	1.3770	1.3918
1.4067	1.4218	1.4370	1.4524	1.4680	1.4837	1.4996	1.5158
1.5320	1.5494	1.5650	1.5818	1.5988	1.6159	1.6332	1.6507
1.6684	1.6863	1.7044	1.7227	1.7411	1.7598	1.7786	1.7977
1.8169	1.8365	1.9562	1.8761	1.8962	1.9165	1.9370	1.9578
1.9788	2						

Esta serie proporciona la tercera escala fundamental del metro 2/1 en el mismo grado de perfección auditiva al obtenido con los 53 sonidos; igual caso es respecto a la cuarta y quinta escalas fundamentales, pero presenta la imitación de la sexta escala fundamental del 2/1 en un grado mayor de musicalidad.

La fantasía se ha apoderado de nosotros al considerar prácticas las últimas series, si tenemos en cuenta nuestros medios actuales para producir música. Creemos no ser necesario pasar más adelante en este estudio. Es natural que al seguir hurgando encontraríamos progresiones de mejores cualidades armónicas; pero considerando no tan sólo las posibilidades prácticas, sino también las auditivas, éstas nos marcan un límite que puede circunscribirse a las estudiadas.

Las series de 41, 46, 53 y 65 sonidos, en comparación con la segunda, tercera, cuarta y quinta escalas fundamentales del metro 2/1, proporcionan los valores siguientes:

Base de comparación	*Valores de los temperamentos de* 41	*46*	*53*	*65*
10/9 = 1.1111	1.1070	1.1112	1.1103	1.1125
8/7 = 1.1429	1.1448	1.1452	1.1397	1.1365
6/5 = 1.2000	1.2044	1.1982	1.2009	1.1987
5/4 = 1.2500	1.2458	1.2537	1.2490	1.2510
4/3 = 1.3333	1.3330	1.3315	1.3334	1.3337
7/5 = 1.4000	1.4023	1.3930	1.4050	1.3918
10/7 = 1.4286	1.4262	1.4356	1.4235	1.4218
3/2 = 1.5000	1.5004	1.5020	1.5000	1.4996
8/5 = 1.6000	1.6053	1.5954	1.6013	1.5988
5/3 = 1.6667	1.6605	1.6690	1.6654	1.6684
7/4 = 1.7500	1.7470	1.7462	1.7548	1.7598
9/5 = 1.8000	1.8071	1.7997	1.8013	1.7977
2/1	2	2	2	2

Resumiendo, el temperamento de 46 sonidos supera, musicalmente, a la serie de 41 en todos los valores que se sujetaron a comparación, menos en lo que se refiere a los intervalos de quinta y cuarta; éstos son muy parecidos a los obtenidos en el temperamento de 12, en forma inversa.

La progresión de 41 sonidos tiene buenas imitaciones en general; habría que tener sumo cuidado con los intervalos de tercera y tercera-disminuída, por estar tocando el margen prohibido de las pulsaciones. Igualmente, en la serie de 46, habría que tener en cuenta el fenómeno de las pulsaciones para los intervalos de tercera.

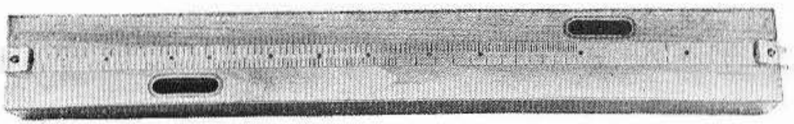


Figura 16

Una de nuestras cajas acústicas de afinación donde están comparados entre sí los temperamentos de 12 y 53 sonidos en la octava.

Las series que representan efectivo valor musical son las de 53 y 65 sonidos en la octava. Los 65 entregan un buen temperamento, supera a los 53 en la aproximación a la sexta escala fundamental del 2/1, teniendo un orden más armónico; por lo demás, no mejora las aproximaciones a los valores adquiridos. Siendo los 53 sonidos un número más reducido que los 65, serían menos las dificultades en la práctica para usarlos.

Ambos temperamentos son impracticables empleando los instrumentos musicales ahora en uso: pertenecen a un futuro en el que sin perder el factor humano, pueda crearse música. Esto no es un imposible, pero no es cosa inmediata.

El ordenamiento musical de los temperamentos de 41, 46, 53 y 65 sonidos, es idéntico. Las series de 53 y 65 representan un campo armónico más completo y extenso; con ellas lograríamos mayor perfección. Si las posibilidades prácticas lo permitieren, sería preferible emplear la serie de 53; al usar otro temperamento difícilmente se pasaría después a él. Un nuevo sistema musical no es tan sólo una alteración en los valores armónicos; lo más importante consiste en que cambia la mentalidad humana, punto de suma trascendencia que no debemos pasar inadvertido.

Con el temperamento de 53 volvemos al mismo problema planteado al tratar de la progresión de 34 sonidos: nuestra mentalidad musical, consecuencia de nuestras posibilidades prácticas, nos ha limitado a considerar que una segunda es a una quinta igual que una cuarta, y que una cuarta es en relación con una segunda una tercera-disminuída en la escala de los grados. Haciendo música de acuerdo con estrictos principios armónicos, no rige esto en igual forma. El uso de la variedad de valores que representa el temperamento de 53 sonidos destruye la interpretación dada a la escala de los grados, dentro del temperamento de 12; se usarán ahora como principales segundas los intervalos 11/10, 10/9, 9/8 y 8/7. La composición musical resulta mucho más complicada, pero la belleza que se obtiene es superior a las dificultades que hay que vencer.

En la actualidad es únicamente una simple especulación; sin embargo, en breves notas lo mostraremos en su estructura musical, considerando que aun como estudio teórico es útil, y confiados en que en el futuro pueda ser factible. Cuando esa quincuagésimatercera parte de la octava llegare a ser tan común a los oídos humanos como lo es ahora la duodécima parte, se podría, entonces, pensar en un temperamento más perfecto.

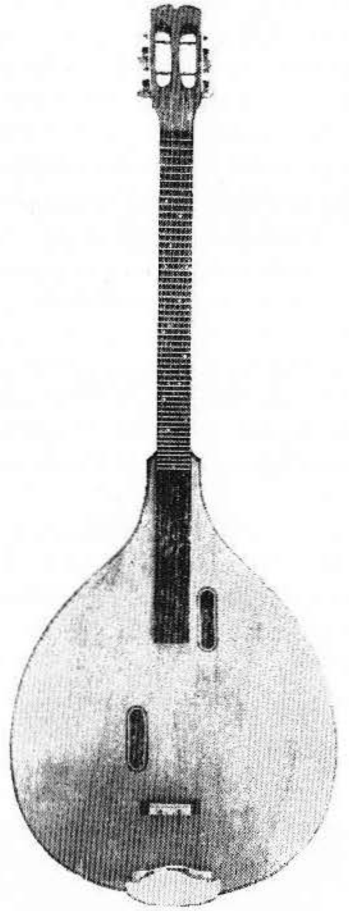


Figura 17

Especie de laúd en el que está fijada la serie de 53 sonidos en la octava; este instrumento musical representa únicamente una experimentación, no siendo práctico para hacer música.

TEMPERAMENTO DE 53 SONIDOS

Escritura

La escritura y tiempo que representan las notas en el temperamento de 53 sonidos en la octava, es similar a la del sistema de 12 en su gráfica general, variando únicamente lo que se refiere a los signos que expresan traslaciones.

Los grados y sonidos restantes guardan el orden siguiente:

de	.	re	.	mi	.	fa	.	sol	.	la	.	si	.	do'
	.		.		.		.		.		.		.	
	.		.		.		.		.		.		.	
	.		.		.		.		.		.		.	
	.		.				.		.		.			
	.		.				.		.		.			
	.		.				.		.		.			
	.						.				.			

Las traslaciones ascendentes se expresan en esta forma:

do	2	re	2	mi	2	fa	2	sol	2	la	2	si	2	do'
	3		3		3		3		3		3		3	
	4		4		4		4		4		4		4	
	5		5		5		5		5		5		5	
	6		6				6		6		6			
	7		7				7		7		7			
	8		8				8		8		8			
	9						9				9			

Descendiendo, de esta manera:

do'	2)	si	2)	la	2)	sol	2)	fa	2)	mi	2)	re	2)	do
	3)		3)		3)		3)		3)		3)		3)	
	4)		4)		4)		4)		4)		4)		4)	
	5)		5)		5)		5)		5)		5)		5)	
			6)		6)		6)				6)		6)	
			7)		7)		7)				7)		7)	
			8)		8)		8)				8)		8)	
			9)				9)						9)	

Para restituir una nota a su primitivo valor se emplea el conocido signo denominado becuadro.

Afinación

Los valores del temperamento de 53 sonidos, de acuerdo con el orden de los grados, son los siguientes:

do	1	1.0132	1.0265	1.0400	1.0537
		1.0676	1.0816	1.0959	1.1103
re	1.1249	1.1397	1.1547	1.1699	1.1853
		1.2009	1.2167	1.2327	
mi	1.2490	1.2656	1.2821	1.2989	1.3169
fa	1.3334	1.3509	1.3687	1.3867	1.4050
		1.4235	1.4422	1.4612	1.4804
sol	1.4999	1.5197	1.5397	1.5599	1.5805
		1.6013	1.6224	1.6437	
la	1.6654	1.6873	1.7095	1.7320	1.7548
		1.7779	1.8013	1.8250	1.8490
si	1.8734	1.8980	1.9230	1.9483	1.9740
do'	2				

Como referencia de altura tomaremos el diapasón usual de 523.3 frecuencias por segundo para la nota do.

En la práctica podemos usar diferentes grados de afinación, como en el temperamento de 12. La primera afinación se concreta a la fórmula: octavas, 0; quintas, 0; cuartas, 0 pulsaciones.

La afinación de los intervalos sin pulsaciones requiere cuidadosa atención; el margen que existe en ellos puede crear confusiones. Hay que tener en cuenta que para cerrar el círculo armónico es necesario un recorrido de 23 quintas y 30 cuartas; cualquier diferencia, aun conservando inicialmente estos intervalos sin pulsaciones, no cerraría el círculo armónico; por lo que es preferible usar la quinta afinación, que tiene por base: octavas, +4; quintas, +1.75; cuartas, +2.25 pulsaciones sencillas en cinco segundos.

El círculo armónico puede formarse de la manera siguiente:

do-sol	5ª	la4-mi4	4ª
sol-re	4ª	mi4-si4	5ª
re-la2	5ª	si4-fa8	4ª
la2-mi2	4ª	fa8-do8	4ª
mi2-si2	5ª	do8-sol8	5ª
si2-fa6	4ª	sol8-re8	4ª
fa6-do6	4ª	re8-la9	5ª
do6-sol6	5ª	la9-fa4	4ª
sol6-re6	4ª	fa4-do4	4ª
re6-la7	5ª	do4-sol4	5ª
la7-fa2	4ª	sol4-re4	4ª
fa2-do2	4ª	re4-la5	5ª
do2-sol2	5ª	la5-mi5	4ª
sol2-re2	4ª	mi5-si5	5ª
re2-la3	5ª	si5-fa9	4ª
la3-mi3	4ª	fa9-do9	4ª
mi3-si3	5ª	do9-la	5ª
si3-fa7	4ª	la-mi	4ª
fa7-do7	4ª	mi-si	5ª
do7-sol7	5ª	si-fa5	4ª
sol7-re7	4ª	fa5-do5	4ª
re7-la8	5ª	do5-sol5	5ª
la8-fa3	4ª	sol5-re5	4ª
fa3-do3	4ª	re5-la6	5ª
do3-sol3	5ª	la6-fa	4ª
sol3-re3	4ª	fa-do'	5ª
re3-la4	5ª	do'-do	8ª

Continúese la afinación, ascendiendo y descendiendo, fijando cuartas y quintas con sus respectivas pulsaciones, rectificándose con el intervalo de octava.

El número de pulsaciones que caracterice a un intervalo deberá ser constante en cualquier altura de la escala del instrumento musical que vaya a usarse.

Armonía

El campo armónico del temperamento de 53 sonidos es sumamente extenso; nos concretaremos por ahora a mostrar unos cuantos ejemplos, esperando que sean suficientes para dar idea de su organización y riqueza musical.

Los nombres de los símbolos son iguales a los empleados en el temperamento de 12, pero difieren en su valor y respectivas subdivisiones. Ahora tenemos una *segunda*, do-re, 9 puntos; *tercera*, do-mi, 17 puntos; *cuarta*, do-fa, 22; *quinta*, do-sol, 31; *sexta*, do-la, 39; *séptima*, do-si, 48, y *octava*, do-do', 53 puntos.

Los grados pueden ser *aumentados* o *disminuidos* en tantos puntos hasta llegar a un grado inmediato clasificado. Para apreciarlos mejor formaremos una tabla de valores; al margen se indican los intervalos que con más frecuencia tienen que substituir este temperamento.

	puntos							
1		fundamental		do			do	
81/80	1	aumentadas		2	sostenidos	=	9)	
39/38	2			3		=	8)	
25/24	3			4		=	7)	
21/20	4		disminuidas	5		=	6)	
16/15	5			6		=	5)	
13/12	6			7		=	4)	bemoles
12/11	7			8		=	3)	
10/9	8			9		=	2)	

	puntos							
9/8	9	segunda		re		=	re	
8/7	10	aumentadas		2	sostenidos	=	8)	
29/25	11		disminuidas	3		=	7)	
7/6	12			4		=	6)	
32/27	13			5		=	5)	
6/5	14			6		=	4)	bemoles
11/9	15			7		=	3)	
21/17	16			8		=	2)	
5/4	17	tercera		mi			mi	
81/64	18	aumentadas	disminuidas	2	sostenidos	=	5)	
9/7	19			3		=	4)	
13/10	20			4		=	3)	bemoles
21/16	21			5		=	2)	
4/3	22	cuarta		fa			fa	
27/20	23	aumentadas		2	sostenidos	=	9)	
11/8	24			3		=	8)	
18/13	25			4		=	7)	
7/5	26		disminuidas	5		=	6)	
10/7	27			6		=	5)	
13/9	28			7		=	4)	bemoles
16/11	29			8		=	3)	
40/27	30			9		=	2)	
3/2	31	quinta		sol			sol	
32/21	32	aumentadas		2	sostenidos	=	8)	
20/13	33			3		=	7)	
14/9	34		disminuidas	4		=	6)	
124/81	35			5		=	5)	
8/5	36			6		=	4)	bemoles
34/21	37			7		=	3)	
18/11	38			8		=	2)	
5/3	39	sexta		la			la	
27/16	40	aumentadas		2	sostenidos	=	9)	
12/7	41			3		=	8)	
50/29	42			4		=	7)	
7/4	43		disminuidas	5		=	6)	
16/9	44			6		=	5)	
9/5	45			7		=	4)	bemoles
11/6	46			8		=	3)	
24/13	47			9		=	2)	
15/8	48	séptima		si			si	
40/21	49	aumentadas	disminuidas	2	sostenidos	=	5)	
48/25	50			3		=	4)	
76/39	51			4		=	3)	bemoles
160/81	52			5		=	2)	
2/1	53	octava		do'			do'	

El sistema musical de 53 sonidos proporciona imitaciones a los primeros intervalos en el orden armónico; continuamos con dualidad en otros valores, pero son relaciones más lejanas. Por ejemplo, los siete puntos representan al 12/11, al 23/21 y al 11/10. Se recordará que en el temperamento de 12, los intervalos 10/9, 9/8 y 8/7 están fusionados en un solo valor; ahora adquieren vida propia y en consecuencia el 4/3 y el 3/2 disponen de sus propios recursos.

Escalas fundamentales.—Las escalas fundamentales del metro octava, que ahora son más reales, guardan las proporciones siguientes:

Escalas fundamentales

Escalas recíprocas

En la sexta escala fundamental empleamos la sucesión de dos segundas-disminuidas, 7 puntos, estableciendo una deficiencia; no obstante, debemos considerar estos valores como representativos de dicha escala dentro de este temperamento.

Como ejemplo de escalas fundamentales más cerradas de la octava, mostraremos las que corresponden a los símbolos:

Escalas fundamentales *Escalas recíprocas*

Por primera vez se obtiene la segunda escala fundamental del metro 5/4, tercera. Si en el temperamento de 12 se consideró la división geométrica de este intervalo como escala fundamental, ahora el caso se presenta en el metro segunda, la división por tercios geométricos substituye a la tercera escala fundamental del 9/8.

Presentamos a continuación algunos ejemplos de las escalas fundamentales más abiertas de la octava:

Escalas fundamentales

Escalas recíprocas

Escalas complejas.—Unos cuantos ejemplos de escalas complejas serán suficientes para mostrar el variado colorido que proporciona este temperamento; la diversidad es ahora tan extensa que la fantasía no es capaz de agotarlas. En la primera escala compleja anotada, se aprecia que en su tercera, cuarta y quinta posiciones regulares, se emplean tres diferentes séptimas-disminuídas, imitaciones de los intervalos 7/4, 16/9 y 9/5.

Escalas complejas

Posiciones regulares.—Como ejemplo de este concepto nos serviremos de la sexta escala fundamental del metro doble-octava. Desarrollando esta escala, obtenemos, en sus respectivos alturas, lo siguiente:

Posiciones regulares

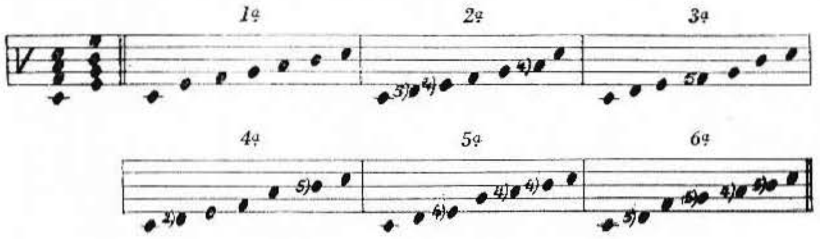
Posiciones recíprocas

Estas gráficas tienen clara expresión; nótese el movimiento descendente y ascendente de la segunda-aumentada, 10 puntos.

Los principios que sirven de base en el desarrollo de un acorde, y demás conceptos armónicos, han sido tratados en el Capítulo Primero, por lo que nos abstendremos, ahora, de mayores explicaciones.

Recíprocas-graduales.—Tomemos como ejemplo la tercera escala fundamental del metro octava y sus respectivas recíprocas-graduales a la tercera, quinta y séptima; desarrollando la escala compleja resultante, obtenemos, en sus diversas posiciones regulares, las escalas siguientes:

Escalas complejas



Posiciones armónicas.—La visualidad que proporcionan las posiciones armónicas es más real y comprende amplios horizon-

tes. Por ejemplo, de la serie armónica del metro octava, obtenemos:

De esto se deduce que son posiciones armónicas entre sí, los intervalos siguientes:

Como segundo ejemplo, precisaremos la serie armónica del metro octava y quinta:

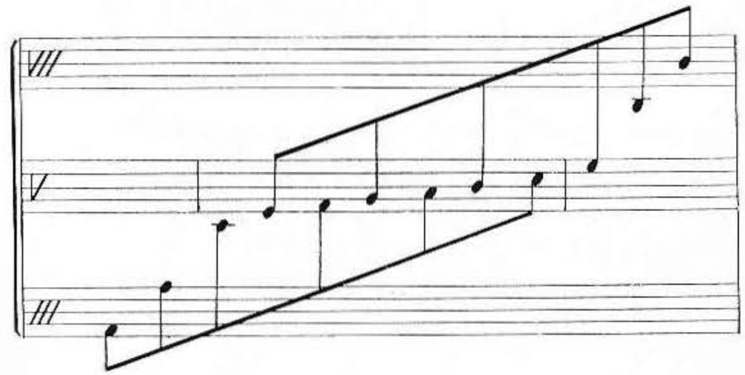
lo cual establece que son posiciones armónicas entre sí los intervalos siguientes:

Mostraremos un ejemplo más, la serie armónica del metro doble-octava:

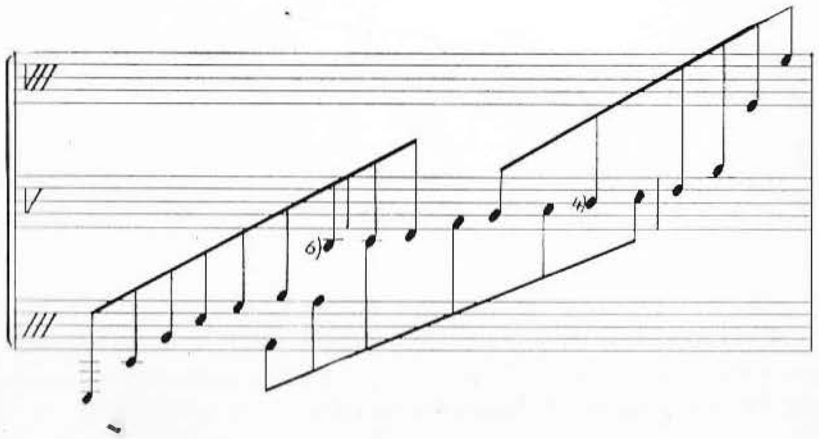
representando posiciones armónicas entre sí, los intervalos siguientes:

Al tratar en el temperamento de 12 sonidos lo referente a posiciones armónicas, se dijo, entonces, que contrariamente al orden matemático, el temperamento nos facilitaba el poder continuar diversas series armónicas teniendo como punto de partida una segunda. Esta observación es de tenerse presente; en los ejemplos expuestos puede apreciarse que ciertas segundas son comunes a las tres series anotadas, lo cual establece facilidades prácticas en el terreno de la composición musical.

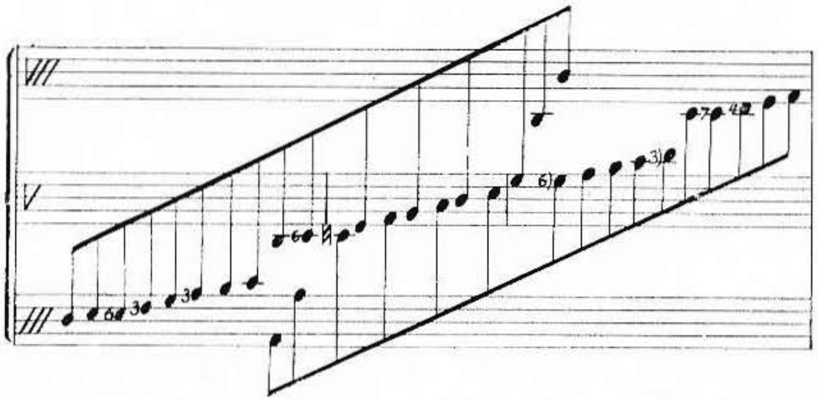
Es conveniente que el músico, además de considerar las respectivas posiciones regulares, abarque hasta donde sea posible las series armónicas que convergen en una escala compleja. Por ejemplo, si de la escala do-mi-fa-sol-la-si-do', continuamos sus respectivas series armónicas, obtenemos:



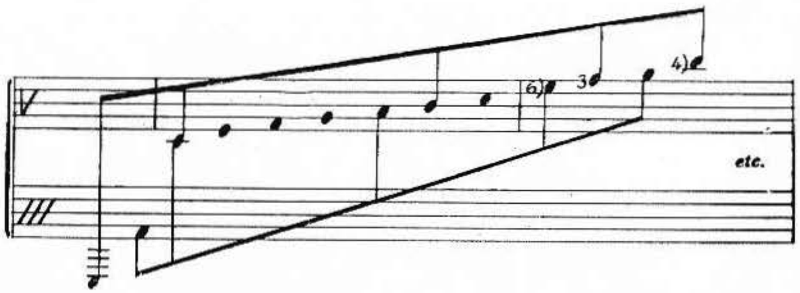
Al continuar las series armónicas de la escala compleja que tiene por base la tercera escala fundamental del metro octava y su recíproca-gradual a la quinta, obtenemos lo siguiente:



No es indispensable que las series armónicas terminen dentro de una escala compleja; por lo tanto, si continuamos dichas series en la escala que nos ha servido de primer ejemplo, obtenemos:

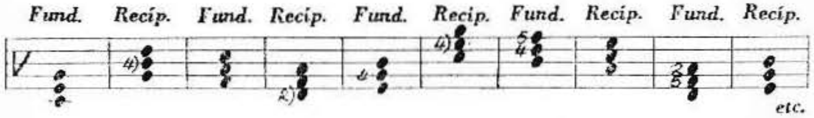


Desarrollando un poco más este estudio dentro de la misma escala compleja, podemos apreciar que es cruzada, igualmente, por la serie armónica del metro octava y quinta y la serie de la triple-octava.



El compositor debe estudiar detenidamente las ramificaciones propias de toda escala, perspectivas que cambian de acuerdo con las recíprocas-graduales empleadas.

Alternaciones.—Tomaremos como ejemplo, y en forma de acorde, la segunda escala fundamental del metro quinta, alternándola al azar con algunas de sus respectivas recíprocas-graduales:



La escala de los símbolos.—Los símbolos representan una escala compleja irregular. La tercera escala fundamental del metro octava es la más indicada ahora para servir de base a la escala de los grados, alternándola con su respectiva recíproca-gradual en la forma siguiente:

Ordenando sucesivamente las notas de estos acordes, obtenemos:

Escala de los grados

1ª posición

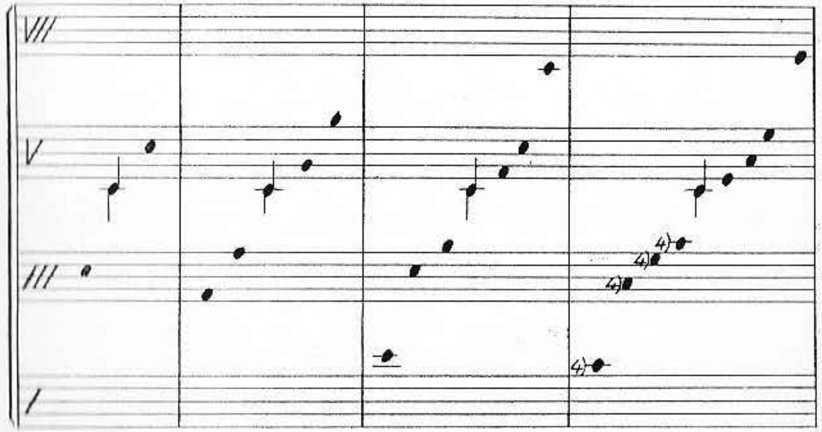
Toda escala compleja irregular no determina posición alguna; por lo tanto, dentro del intervalo de octava, debemos considerar las catorce escalas siguientes como el conjunto armónico en el que se desenvuelve la escala de los símbolos.

Indicamos, en la quinta posición y tercera posición recíproca, el acorde que sirve de base para la escala de los grados en el temperamento de 12 sonidos, no usándolo ahora en este sentido por haber adquirido su propio valor los intervalos 10/9 y 9/8 en el temperamento de 53.

Escalas de los grados *Escalas recíprocas*

Tablas armónicas.—En el temperameno de 53 sonidos se adquiere una visualidad más clara y verdadera sobre este concepto, pues se obtienen mejores aproximaciones a las series armónicas. Nos serviremos de unos cuantos ejemplos:

TABLA ARMÓNICA DE LA OCTAVA



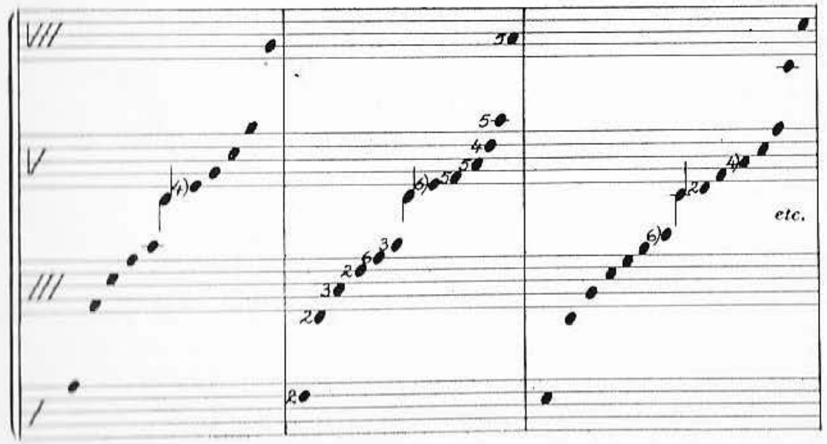


TABLA ARMÓNICA DE LA SÉPTIMA-DISMINUIDA

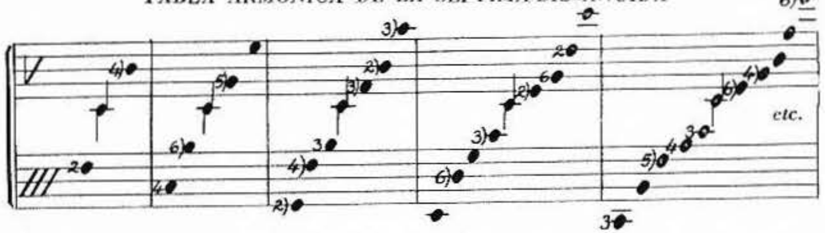


TABLA ARMÓNICA DE LA SEXTA

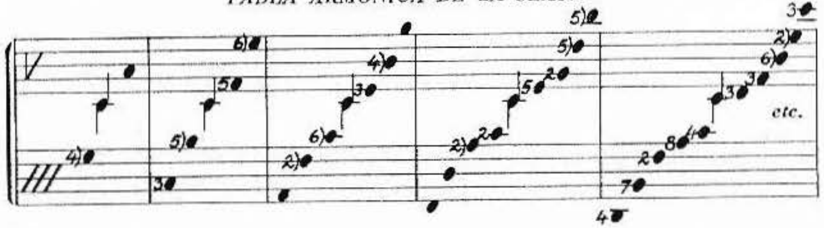


TABLA ARMÓNICA DE LA QUINTA

Mostraremos, finalmente, uno de los *Estudios Armónicos* que sirvieron como ejemplo en el temperamento de 12, traducido al sistema de 53. Si entonces se pudo darle ciertas variantes, ahora, con el uso de los intervalos 25/24, 21/20, 16/15, 7/4, 16/9 y 9/5, podríamos obtener nueve versiones distintas sin alterar su concepción original y con una realidad mayor.

ESTUDIO ARMÓNICO

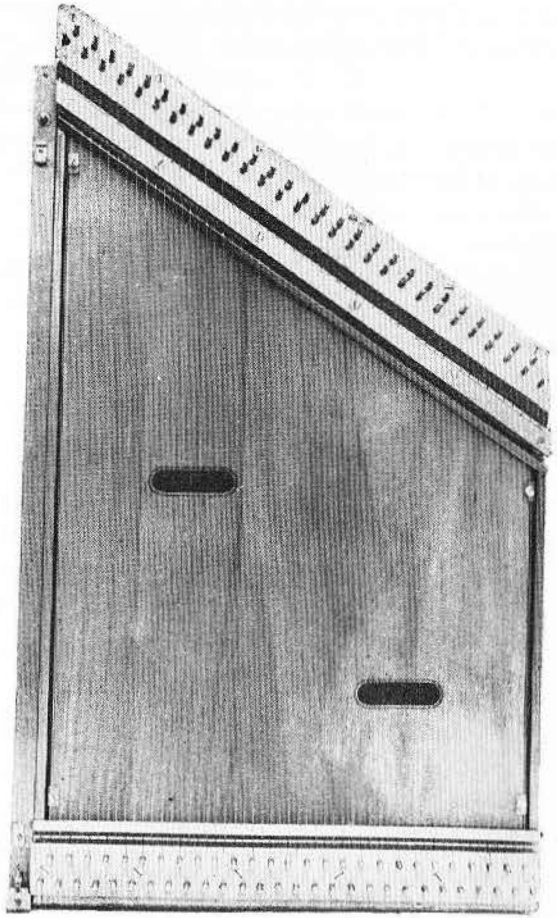


Figura 18

El temperamento de 53 sonidos ha sido afinado en esta caja de experimentación; precursora, por sus condiciones acústicas, del nuevo instrumento musical al que nos referiremos en el Apéndice.

Fuera de las relaciones sencillas

Sujetándonos al principio armónico, pero sin descuidar nuestro objetivo musical, nos apartaremos por ahora de las relaciones sencillas.

Un camino: hasta aquí hemos tratado de substituir la tercera del temperamento de 12 sonidos para obtener mejor relación armónica con su respectiva quinta; invirtiendo este proceder, estudiemos una quinta que establezca mejor relación armónica con dicha tercera.

La tercera, en el sistema de 12 sonidos, está representada por el 34/27. Aplicando el principio armónico del que hemos tratado en el Capítulo Primero, no necesitamos más que continuar, en forma aritmética, los términos que establece este intervalo para obtener la quinta deseada, es decir, 41/27; y constituir, de esta manera, la escala fundamental 1, 34/27, 41/27.

En todo sistema musical es necesario que la escala que sirva de base pueda desarrollarse de acuerdo con los conceptos de posiciones regulares y posiciones armónicas. Veamos primero este último aspecto: la escala fundamental, ahora en cuestión, representa la cuarta posición armónica de una escala o acorde de tres sonidos dentro de la *sexta serie armónica*:

1   2 1/6   3 1/3   4 1/2   5 2/3   6 5/6   8   ...

Necesitamos, pues, acercarnos lo más posible a estos valores dentro de un temperamento, única forma que nos facilitará desarrollar el concepto de posiciones regulares.

La progresión geométrica de 15 sonidos en la octava, entrega la imitación de la escala fundamental 1, 34/27, 41/27 en muy buenas condiciones musicales con los valores 1, 1.2600, 1.5157; por lo tanto, respecto a sus posiciones regulares no existe problema alguno.

Para trasladar la escala fundamental 1, 34/27, 41/27 dentro de sus respectivas posiciones armónicas, necesitaríamos emplear el temperamento de 30 sonidos en la octava, logrando la imitación de los valores 20, 27, 34, 41, 48, 55 y 62.

Para adquirir el primer intervalo de la sexta serie armónica, el 13/6, se necesitaría llegar a los 60 sonidos iguales entre sí en la octava. El temperamento de 30 entrega únicamente una aproximación de 2.1436 a la relación 13/6, es decir, 2.1667.

El temperamento de 30 sonidos posee, dentro de sus cualidades armónicas, la escala fundamental del metro 16/9: 1, 34/27, 41/27, 16/9, que junto con su respectiva recíproca-gradual al 2/1, constituye una interesante escala compleja:

1   9/8   34/27   54/41   41/27   27/17   16/9   2/1

No obstante, no es aconsejable en la práctica musical el uso de los 30 sonidos dentro de la octava, y menos aún los 60 sonidos; se pueden obtener mejores resultado con un número menor.

Por ahora concretemos nuestra atención al sistema de 15 sonidos. Toda vez que la escala fundamental 1, 34/27, 41/27, puede ser la base de este temperamento, estudiemos algunas de sus características en comparación con la escala 1, 5/4, 3/2, y el temperamento de 12 sonidos.

Las relaciones 1, 5/4, 3/2, indican el cuarto acorde o escala de tres sonidos dentro de la *primera serie armónica*:

1   2   3   4   5   6   7   8   ...

En el terreno físico-musical se considera el acorde 1, 5/4, 3/2 en esta forma:

quinta, 0;

1   5/4   3/2

tercera, 0;   *tercera-disminuida, 0 pulsaciones.*

Este acorde es dulce, aumentando sus proporciones en un tiempo lento de pulsaciones, adquiere expresión religiosa, canta; dándole más movimiento penetramos en el margen prohibido de las pulsaciones, al que nos hemos referido varias veces, pasado el cual se presenta una diversidad de escalas con cualidades musicales, entre ellas el 1, 34/27, 41/27; acorde que se singulariza por su claridad, es bélico.

En el mismo terreno físico-musical el acorde 1, 34/27, 41/27 lo consideraríamos de esta manera:

quinta, + 36;

1 34/27 41/27

tercera, + 36; *tercera-disminuída*, — 4

pulsaciones sencillas en 5 segundos.

Matemáticamente hablando, el acorde 1, 34/27, 41/27 es tan perfecto como el 1, 5/4, 3/2. Desde luego éste representa relaciones más sencillas; pero en la práctica esta sencillez es relativa: al hacer música con intervalos de expresión sencilla en su real valor o temperamentos de manifiestas cualidades armónicas, tenemos que emplear constantemente relaciones complejas. Veamos, por ejemplo, este caso: nada es más natural que continuar la segunda escala fundamental del metro 5/3: 1, 4/3, 5/3, después de la escala, 1, 5/4, 3/2, 7/4 y, sin embargo, al efectuarlo estamos usando los intervalos 16/15, 10/9, 9/8, 7/6, 21/16, 7/5 y 21/20. Además, hay que tener en cuenta que todo sonido genera diversos fenómenos físicos que lo hacen complejo; en un intervalo esta complejidad es mayor; las relaciones sencillas se muestran en la práctica acompañadas de sonidos armónicos que destruyen su simplicidad teórica; y es el caso que en ciertos intervalos de expresión compleja los fenómenos físicos se atenúan.

Comparando el acorde 1, 34/27, 41/27 con el que proporciona el temperamento de 12 sonidos, 1, 34/27, 3/2, de hecho un acorde quebrado, resultan ambos con cualidades armónicas. Para el músico acostumbrado al temperamento de 12, la quinta en el sistema de 15 podrá parecer extraña; como lo es la sexta del temperamento de 12 a quienes están familiarizados con el 5/3.

La principal diferencia auditiva entre los temperamentos de 12 y 15 sonidos al hacer música se encuentra en sus relaciones de segunda. En el sistema de 12 proporciona este intervalo una facilidad práctica en la composición musical; facilidad que representa a la vez un defecto: producimos una música demasiado simétrica, restándole considerables matices.

En el temperamento de 12 la segunda substituye al 10/9, al 9/8 y al 8/7. En el temperamento de 15, una segunda es más cerrada que el 10/9, es más bien el 11/10, y otra más abierta que el 8/7. El uso de dos segundas en un temperamento de escaso número de sonidos, origina contrastes extraños unas veces, y otras, deficiencias.

Desde el punto de vista musical, los sistemas de 12 y 15 se manifiestan con cualidades armónicas propias y de conjunto. Referente a sus posibilidades prácticas ambos temperamentos tienen casi las mismas facilidades.

Otro aspecto del temperamento de 15 sonidos: en este sistema, igual que en el de 12, los intervalos representan valores reales en unos casos, y convencionales en otros. Si la escala 1, 34/27, 41/27 carece de posiciones armónicas en el sistema de 15 sonidos, juzgada dentro de la sexta serie armónica a la cual pertenece; al considerar el 34/27 como 68/27 e imitación del 5/2, nos conduce a la *segunda serie armónica*:

1 2 1/2 4 5 1/2 7 8 1/2 10 11 1/2 ...

pudiéndose interpretar dentro del temperamento de 15 sonidos los primeros ocho términos de la serie anterior en la forma siguiente:

*1	2	*4	8	16
1.0473	2.0946	4.1892	*8.3784	...
1.0968	2.1936	4.2872	8.5744	
1.1487	2.2974	4.5948	9.1896	
1.2030	2.4060	4.8120	9.6240	
1.2600	*2.5200	5.0400	*10.0300	
1.3195	2.6390	5.2780	10.5560	
1.3819	2.7638	*5.5276	11.0552	
1.4473	2.8946	5.7892	*11.5784	
1.5157	3.0314	6.0628	12.1256	
1.5874	3.1748	6.3496	12.6992	
1.6625	3.3250	6.6500	13.3000	
1.7411	3.4822	*6.9644	13.9288	
1.8235	3.6470	7.2940	14.5880	
1.9097	3.8194	7.6388	15.2776	

Los asteriscos indican las aproximaciones adquiridas, y que gráficamente se expresarían de esta manera:

Respecto a afinación, si en cierta forma consideramos en el Capítulo Tercero que la duodécima raíz de 2 teórica proporcionaba en la práctica la séptima raíz de 1.5 en nuestros sonó-

metros, ahora podría decirse que la décimoquinta raíz de 2 teórica proporciona en la práctica la undécima raíz de 1.6667, toda vez que el intervalo de sexta carece de pulsaciones.

Las fórmulas extremas de afinación son las siguientes:

Primera afinación

octavas, 0; sextas, —4; terceras-disminuídas, +4 pulsaciones sencillas en 5 segundos.

Octava afinación

octavas, +7; sextas, 0; terceras-disminuídas, +7 pulsaciones sencillas en 5 segundos.

Brevemente mostraremos la organización musical del temperamento de 15 sonidos.

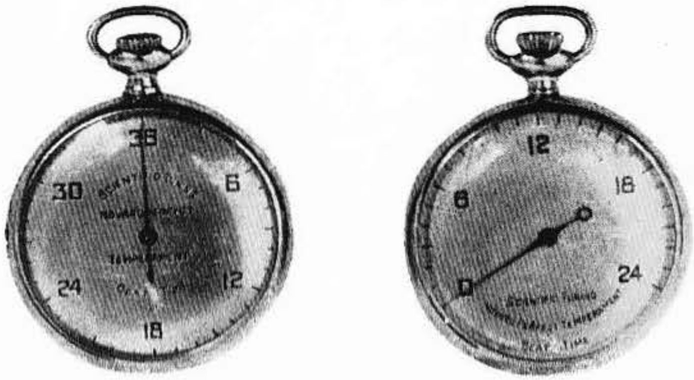


Figura 19

Relojes que hemos acondicionado debidamente para contar pulsaciones y usarlos como metrónomos.

TEMPERAMENTO DE 15 SONIDOS

Escritura

El lugar que ocupan en el pentagrama las notas del temperamento de 15 sonidos es igual al sistema de 12, variando únicamente los signos que expresan traslaciones.

Dentro de la escala de los grados, el sostenido, ≠, y doble-sostenido, #, guardan el ordenamiento siguiente:

do	≠	re	≠	mi	fa	≠	sol	≠	la	≠	si	do′
	#					#				#		

Anotando el bemol, ♭, y el doble-bemol, |♭, en esta forma:

do′	si	♭	la	♭	sol	♭	fa	mi	♭	re	♭	do
		|♭				|♭					|♭	

Las gráficas que corresponden al tiempo, compás, índices, silencios y demás signos de escritura, conocidos ya en el sistema de 12, no sufren alteración al aplicarlos al temperamento de 15 sonidos.

Afinación

En la afinación práctica servirán indistintamente como referencia de altura, el diapasón de 523.6 frecuencias por segundo

para la nota do, y el de 870.5 para el la. Nuestra tabla de valores es la siguiente:

do	523.65	548.8	574.35
re	601.5	630	
mi	659.75		
fa	690.95	723.65	757.85
sol	793.7	831.75	
la	870.55	911.75	954.85
si	500		
do′	1,047.3		

Los intervalos de sexta, tercera-disminuída y octava, sirven de base en la afinación del temperamento de 15 sonidos. Una vez precisada la nota do de acuerdo con el diapasón 523.6, procédase a formar el círculo armónico que corresponde a la octava afinación:

Tiempo: cinco segundos, pulsaciones sencillas.

do-la	sexta		0
la-fa≠	tercera-disminuída		−7
fa≠-re	”	”	+7
re-si	”	”	+7
si-sol≠	sexta		0
sol≠-fa	tercera-disminuida		+7
fa-do♯	”	”	+7
do♯-la♯	”	”	+7
la♯-sol	sexta		0
sol-mi	tercera-disminuida		+7
mi-do≠	”	”	+7
do≠-la≠	”	”	+7
la≠-fa♯	sexta		0
fa♯-re≠	tercera-disminuida		+7
re≠-do	”	”	+7
do-la	”	”	+7
la-la′	octava		+7

Continúese la afinación ascendiendo y descendiendo teniendo por guía las terceras-disminuídas, las sextas y las octavas; como un medio más de rectificación úsense los intervalos de tercera, décima, cuarta y quinta. El número de pulsaciones que corresponda a un intervalo dentro del círculo armónico deberá ser constante en toda la extensión del piano.

Si se prefiere emplear la primera afinación, fórmese el círculo armónico con la fórmula:

octavas, 0; sextas, —4; terceras-disminuídas, +4
pulsaciones sencillas en 5 segundos.

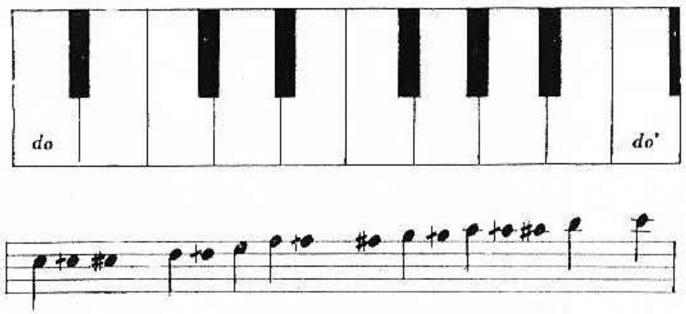
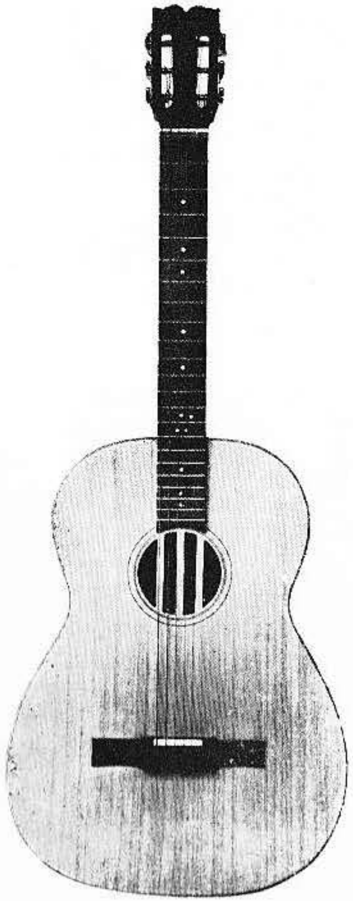


Figura 20

Mostramos en esta gráfica lo que podría ser el teclado de un piano para el temperamento de 15 sonidos. La distancia de octava, do-do', sería aproximadamente como el intervalo de novena en el sistema de 12 sonidos.

En la afinación para instrumentos de cuerda y de tubos pueden servir como base las respectivas longitudes de la guitarra que

representa la figura 21, construída especialmente para este sistema musical.



Pulgadas	
25.200	fundamental
24.060	
22.974	
21.936	segunda
20.946	
20	tercera
19.097	cuarta
18.235	
17.411	
16.625	quinta
15.874	
15.157	sexta
14.473	
13.819	
13.195	séptima
12.609	octava
12.030	
11.487	
10.968	novena
10.473	
10	décima

Figura 21

Guitarra para el temperamento de 15 sonidos.

La afinación de esta guitarra, al tocar libremente las cuerdas, es la siguiente:

1a.	cuerda,	mi''	
			cuarta
2a.	"	si	
			tercera
3a.	"	sol	
			cuarta-aumentada
4a.	"	re♭	
			cuarta
5a.	"	la	
			cuarta
6a.	"	mi	

Armonía

En su aspecto armónico, la escala de los grados en el temperamento de 15 sonidos representa los siguientes valores:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do'
1	1681/1458	34/27	54/41	41/27	68/41	1394/729	2/1

Estas relaciones, que podemos considerar reales, tienen, igual que en los demás temperamentos, un valor convencional; por ejemplo, el 68/41 representa al 5/3; su recíproco 41/34 al 6/5, en forma que podemos considerar auditivamente correcta.

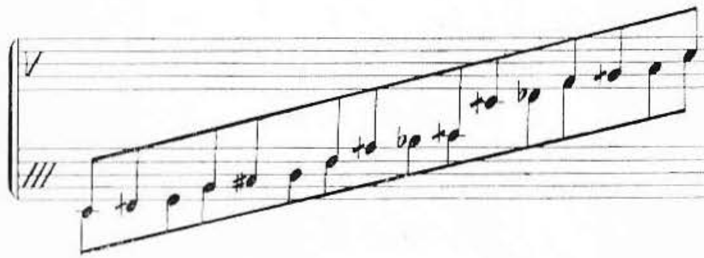
Los símbolos continúan subdivididos en puntos, pero ahora corresponden tres puntos sucesivos a una *segunda;* cinco, a una *tercera;* seis, a una *cuarta;* nueve, a una *quinta;* once, a una *sexta;* catorce, a una *séptima;* quince, a una *octava*, etc.

Puesto que la segunda escala fundamental del metro quinta sirve de base al sistema de 15 sonidos, veamos algunas de sus posibilidades:

Escalas:

Escala compleja

Escala que, en su desarrollo por medio del concepto de posiciones regulares, nos da los sonidos del temperamento distribuídos en tres octavas, en la forma siguiente:

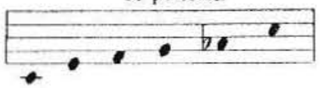


De la segunda escala fundamental del metro quinta y su recíproca-gradual a la octava obtenemos:

De la segunda posición regular de la anterior escala junto con su recíproca se obtiene:

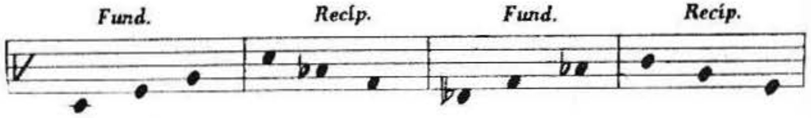
Escala compleja

1ª posición



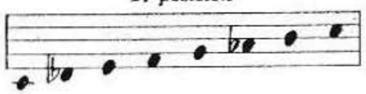
siendo sus respectivas posiciones regulares las siguientes:

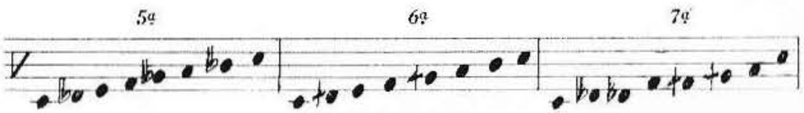
En un grado mayor de complejidad obtendríamos:



Escala compleja

1ª posición

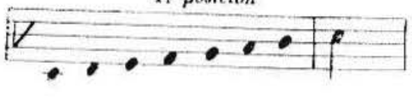




La *escala de los grados* representa la primera posición de una escala compleja irregular; en toda escala compleja irregular cualquier posición puede ser considerada como primera posición, puesto que no son recíprocas entre sí. La escala de los grados tiene como base la segunda escala fundamental del metro quinta y sus dos posiciones regulares, tanto ascendentes como descendentes:

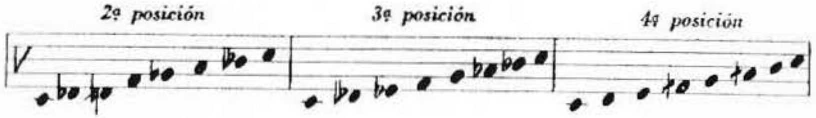
Escala compleja

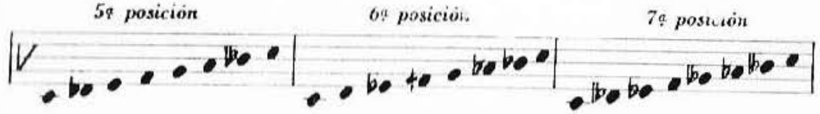
1ª posición



La escala de los grados, en sus posiciones regulares, relacionadas al do para facilitar su estudio, proporciona lo siguiente:

Escalas complejas



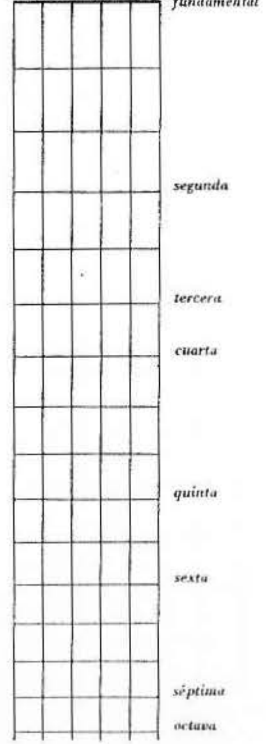


A su vez, estas posiciones regulares tienen sus respectivas recíprocas; por lo tanto, la escala de los grados, dentro del concepto de posiciones regulares, se desenvuelve en un conjunto de catorce escalas complejas.

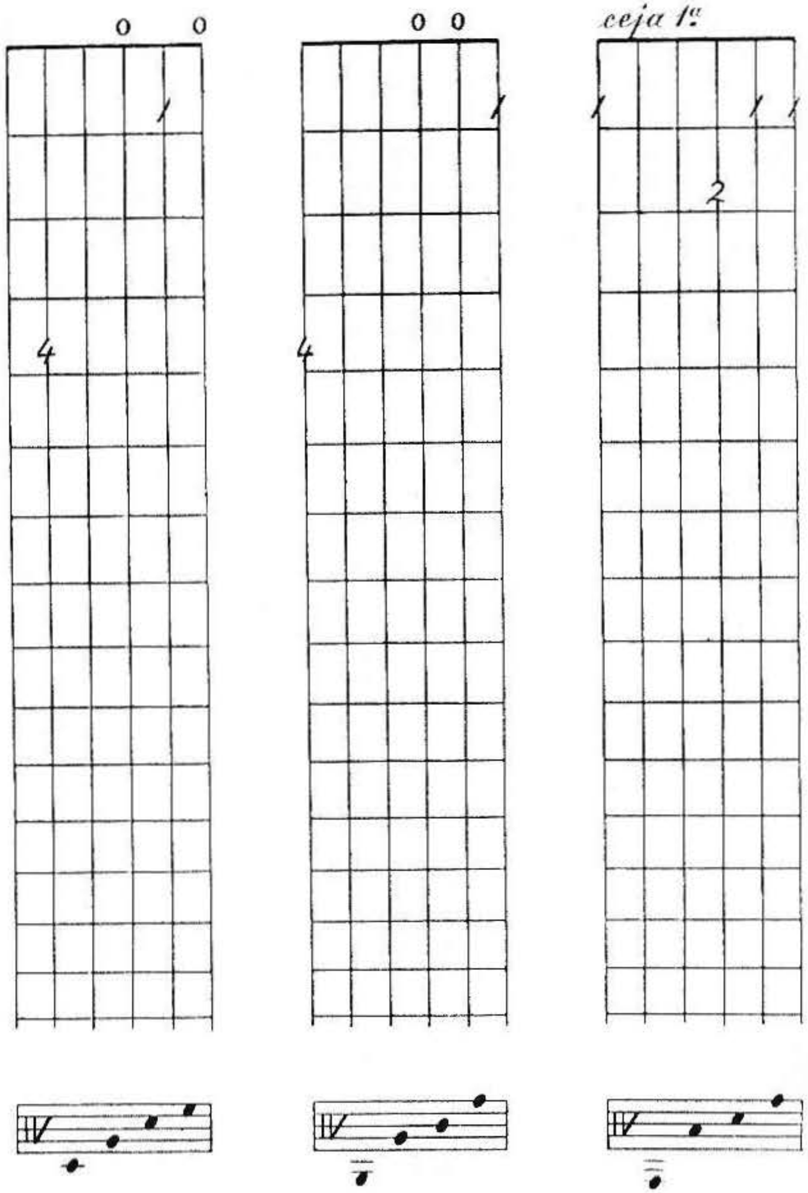
Los acordes de quinta, fundamental y recíproco, que llamaremos también *mayor* y *menor*, respectivamente, como es costumbre en música, establecen los siguientes tres círculos armónicos, definidos por sus posiciones regulares:

do mayor: do mi sol	*mi mayor:* mi sol− si	*la♭ mayor:* la♭ do mi♭
la menor: la do mi	*do− menor:* do− mi sol−	*fa menor:* fa la♭ do
fa mayor: fa la do	*la mayor:* la do− mi	*re♭ mayor:* re♭ fa la♭
re♭ menor: re♭ fa la	*fa− menor:* fa− la do−	*si♭ menor:* si♭ re♭ fa
si♭ mayor: si♭ re♭ fa	*re♭ mayor:* re♭ fa− la	*sol♭ mayor:* sol♭ si♭ re♭
fa♯ menor: fa♯ la− do♯	*si♭ menor:* si♭ re♭ fa−	*re menor:* re fa− la−
re mayor: re fa♯ la−	*sol♭ mayor:* sol♭ si♭ re♭	*si♭ mayor:* si♭ re fa−
si menor. si re fa♯	*mi♭ menor:* mi♭ sol♭ si♭	*sol menor:* sol si♭ re
sol mayor: sol si re	*si mayor:* si re− fa♯	*mi♭ mayor:* mi♭ sol si♭
mi menor: mi sol si	*sol♭ menor:* sol− si re−	*do menor:* do mi♭ sol
do mayor: do mi sol	*mi mayor:* mi sol− si	*la♭ mayor:* la♭ do mi♭

Todo acorde mayor de tres sonidos tiene dos relativos menores: uno descendiendo y otro ascendiendo; a su vez, su respectivo acorde menor tiene dos relativos mayores. Desenvolviendo un poco los acordes anotados, podemos tocarlos en la guitarra construída para el temperamento de 15 sonidos, alternándolos con algunas de sus propias cadencias y relativos. Por ejemplo, las posiciones y gráficas en general del primer círculo anotado, son las siguientes:

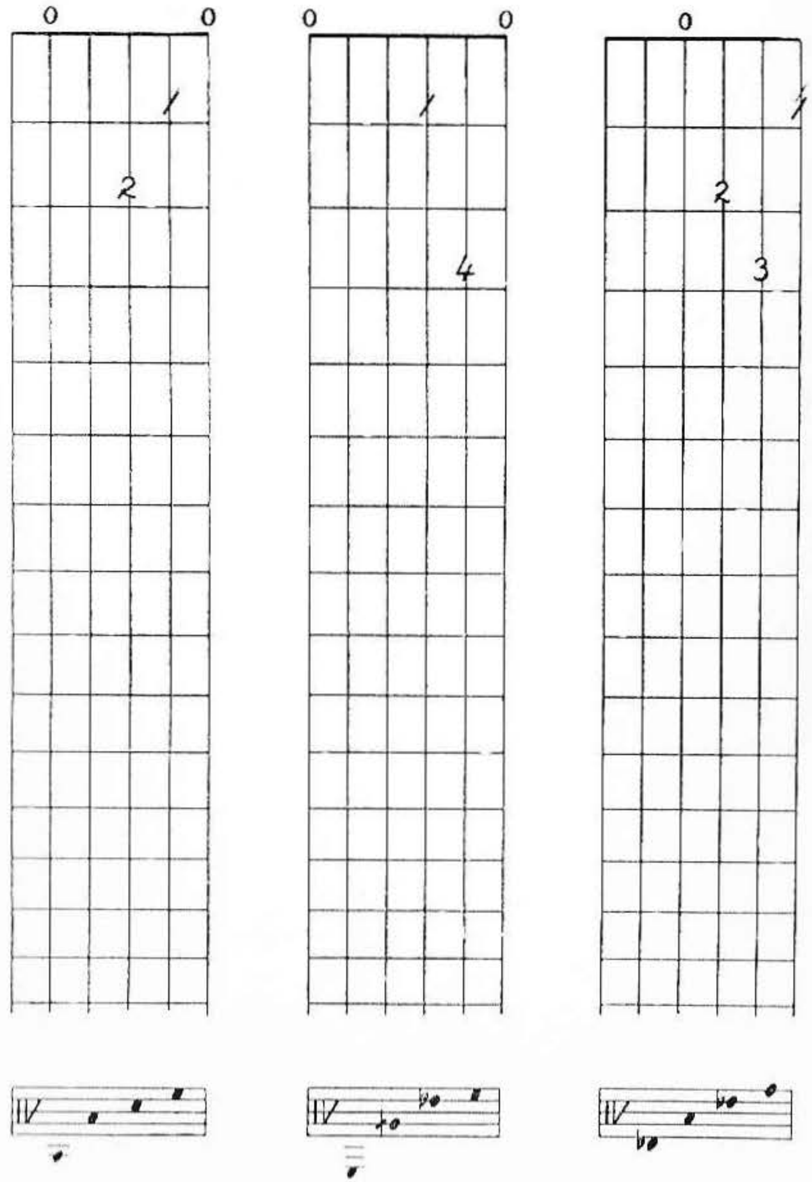


Afinación de la guitarra.

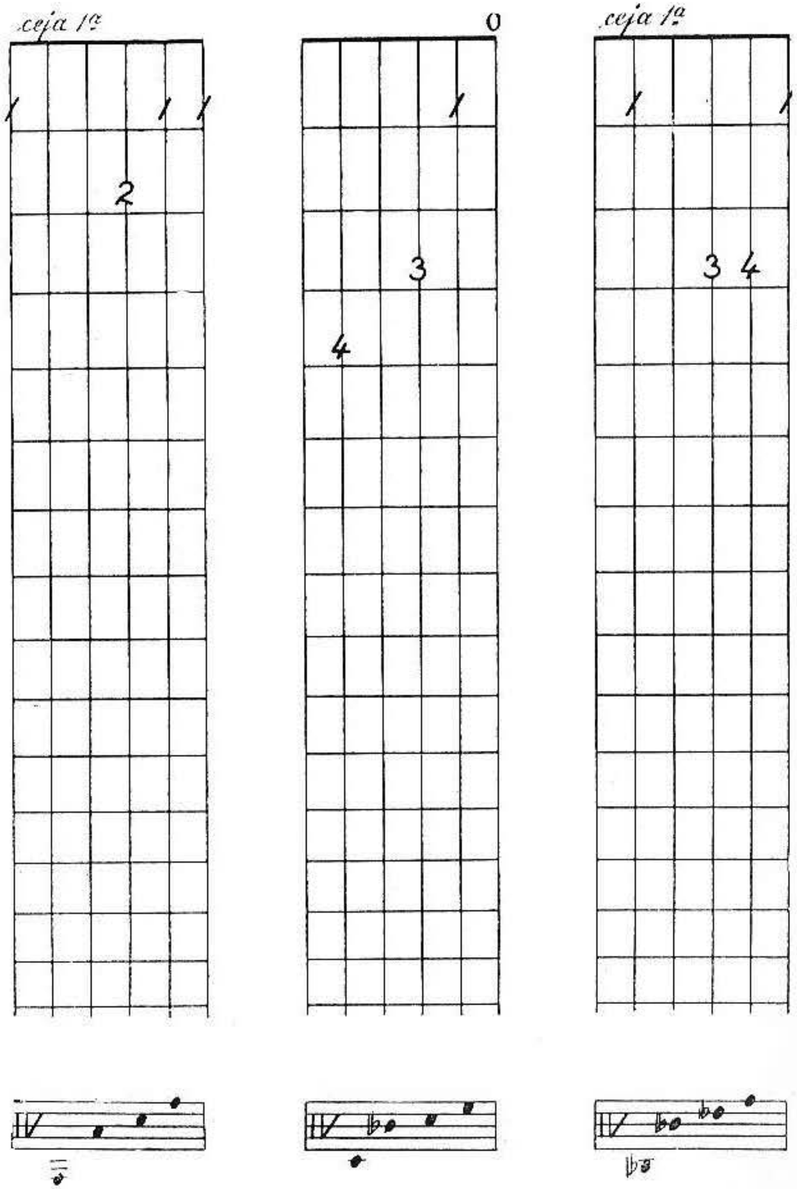


Do mayor

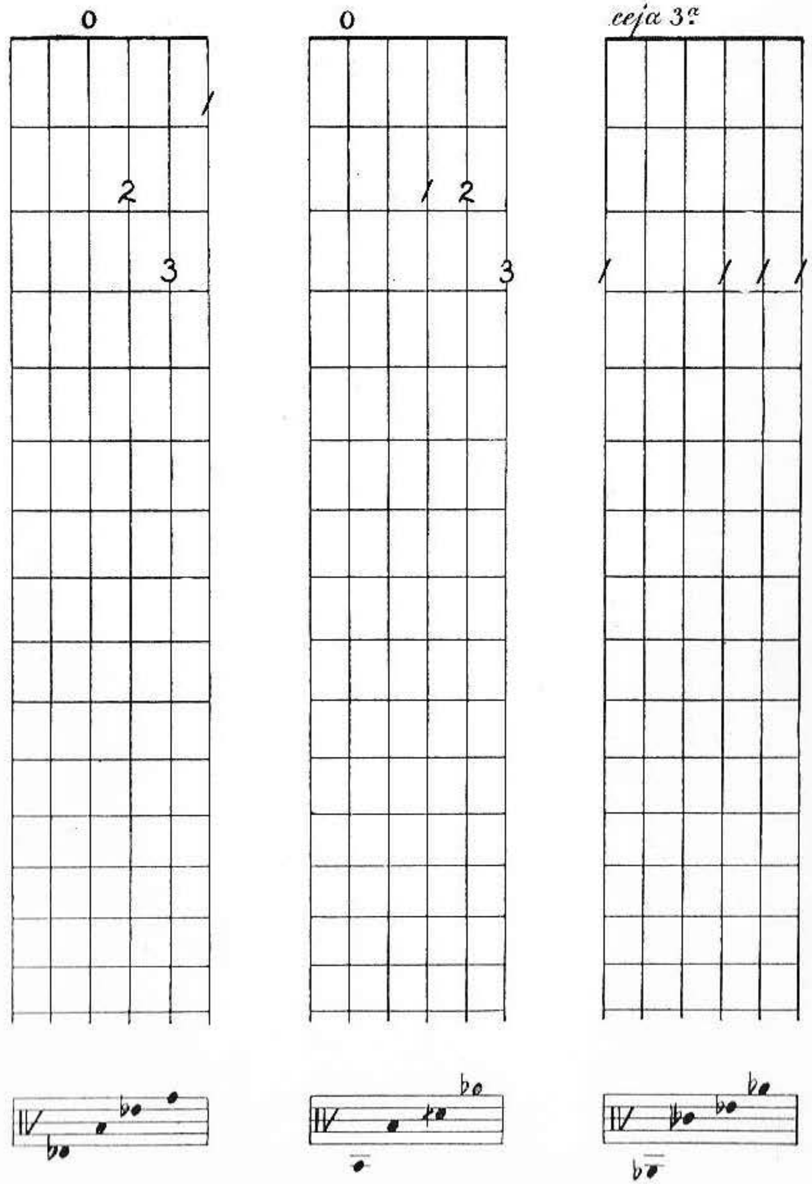
Tóquense en este orden: 1ª, 2ª, 1ª, 3ª y 1ª posiciones.



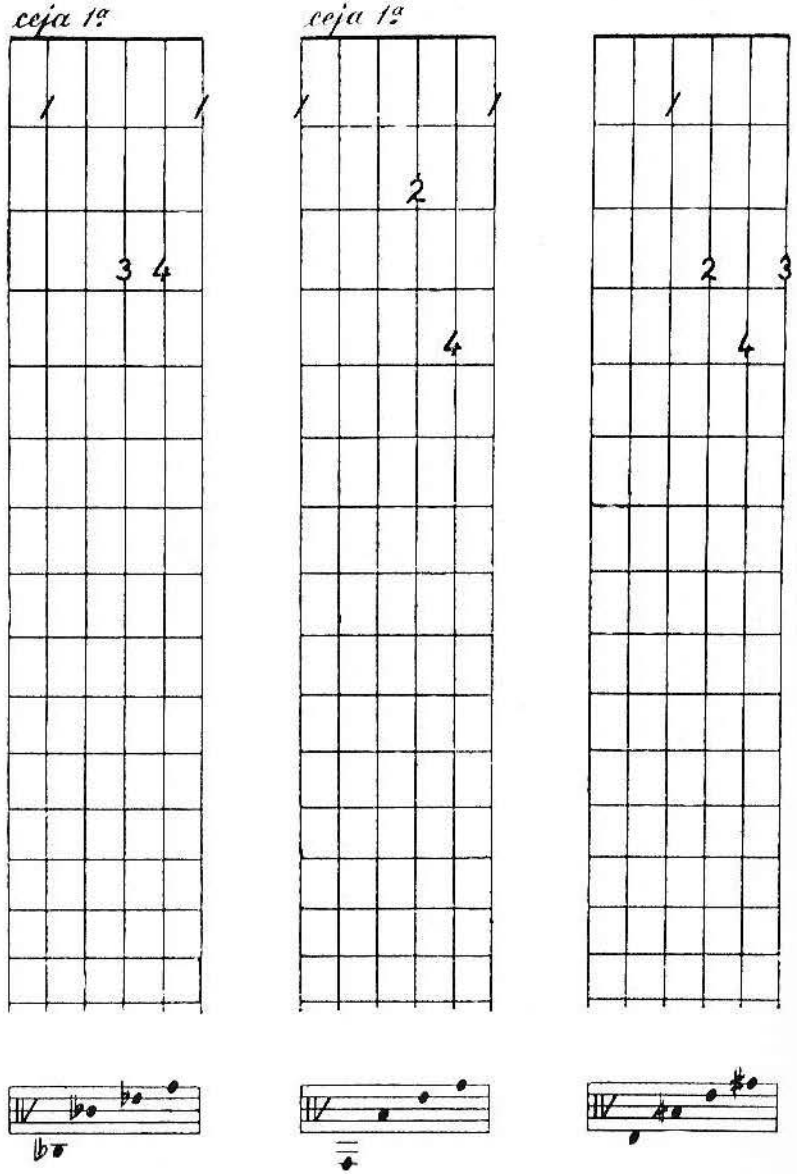
La menor



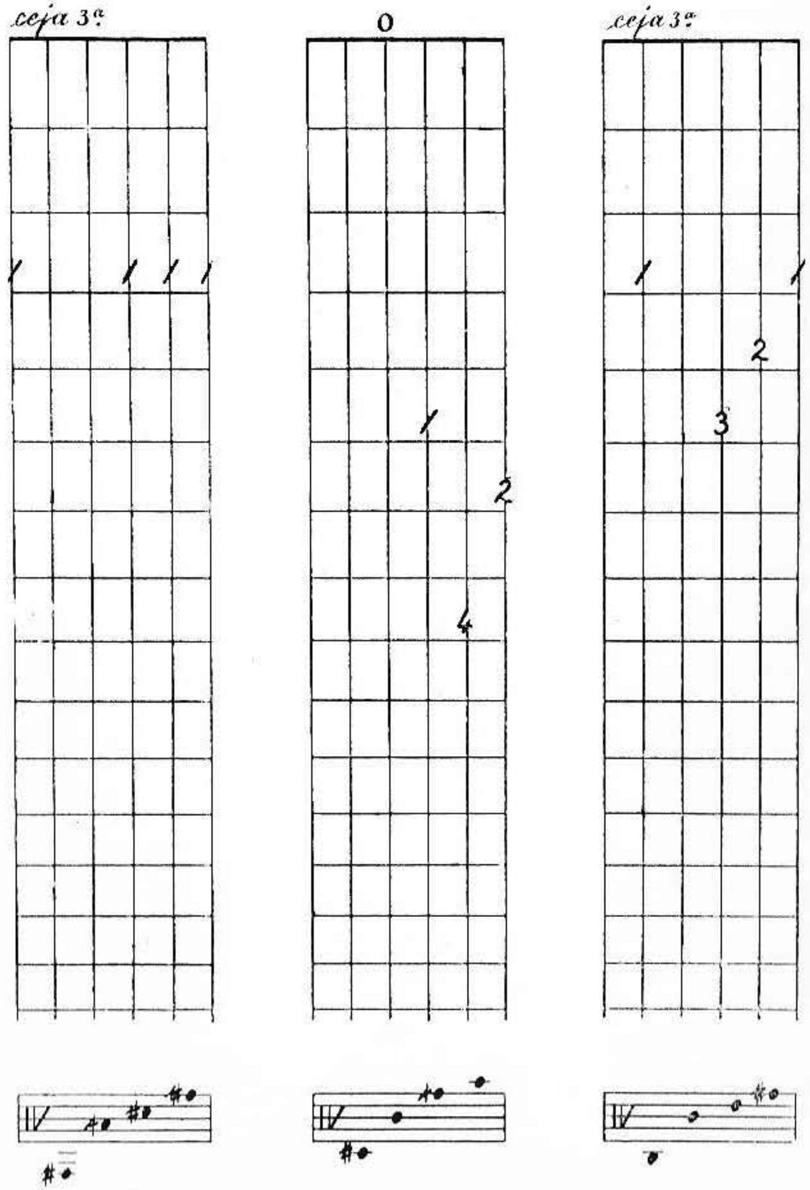
Fa mayor



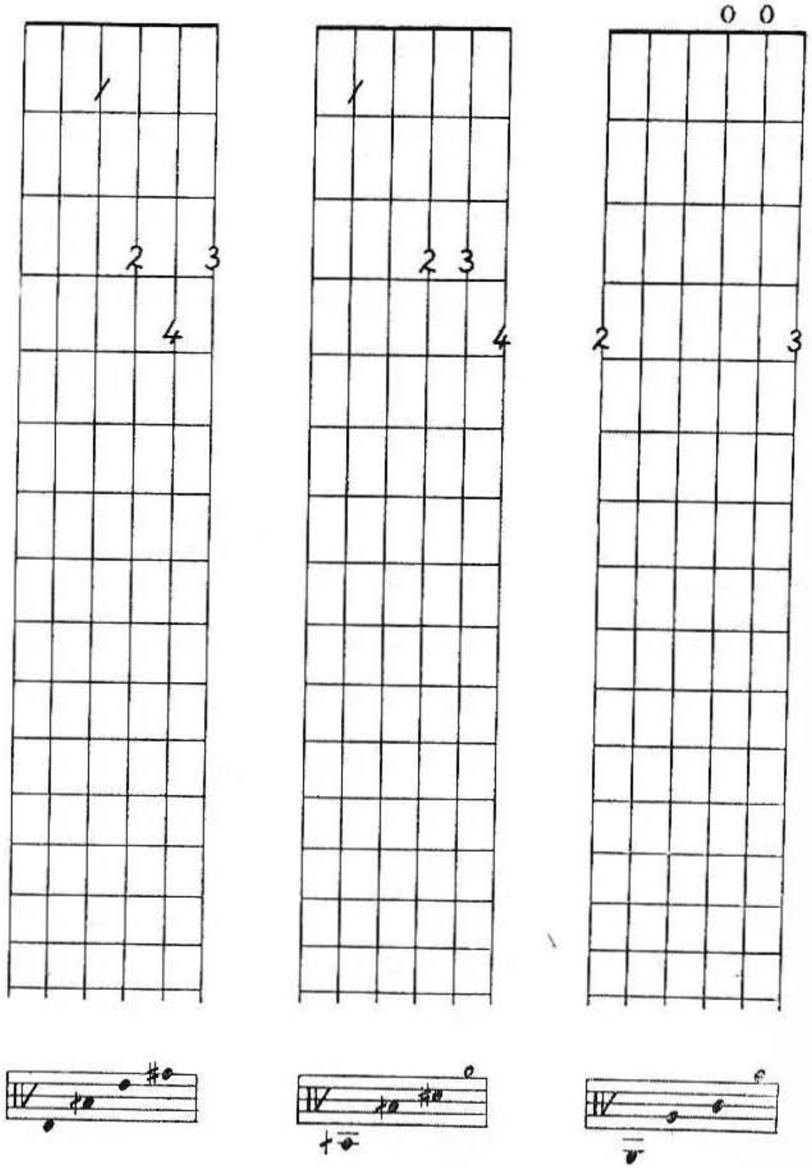
Re♭ menor



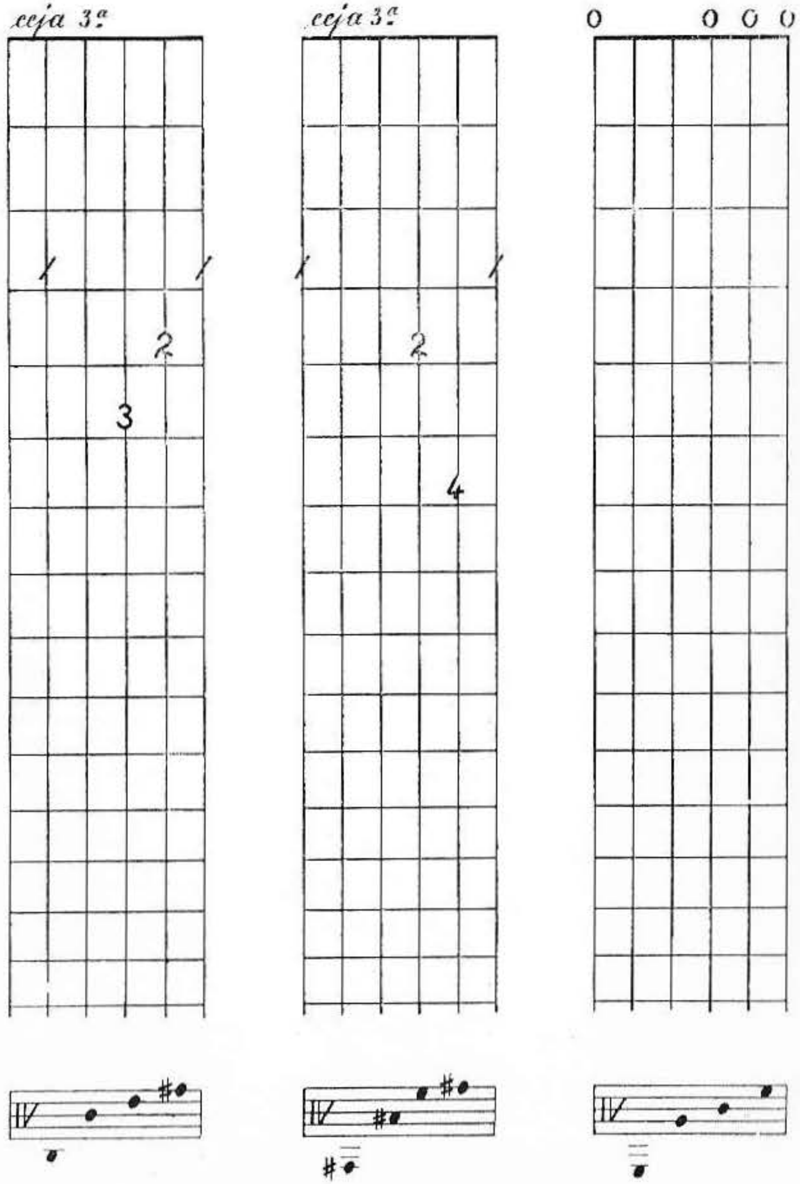
Si♭ mayor



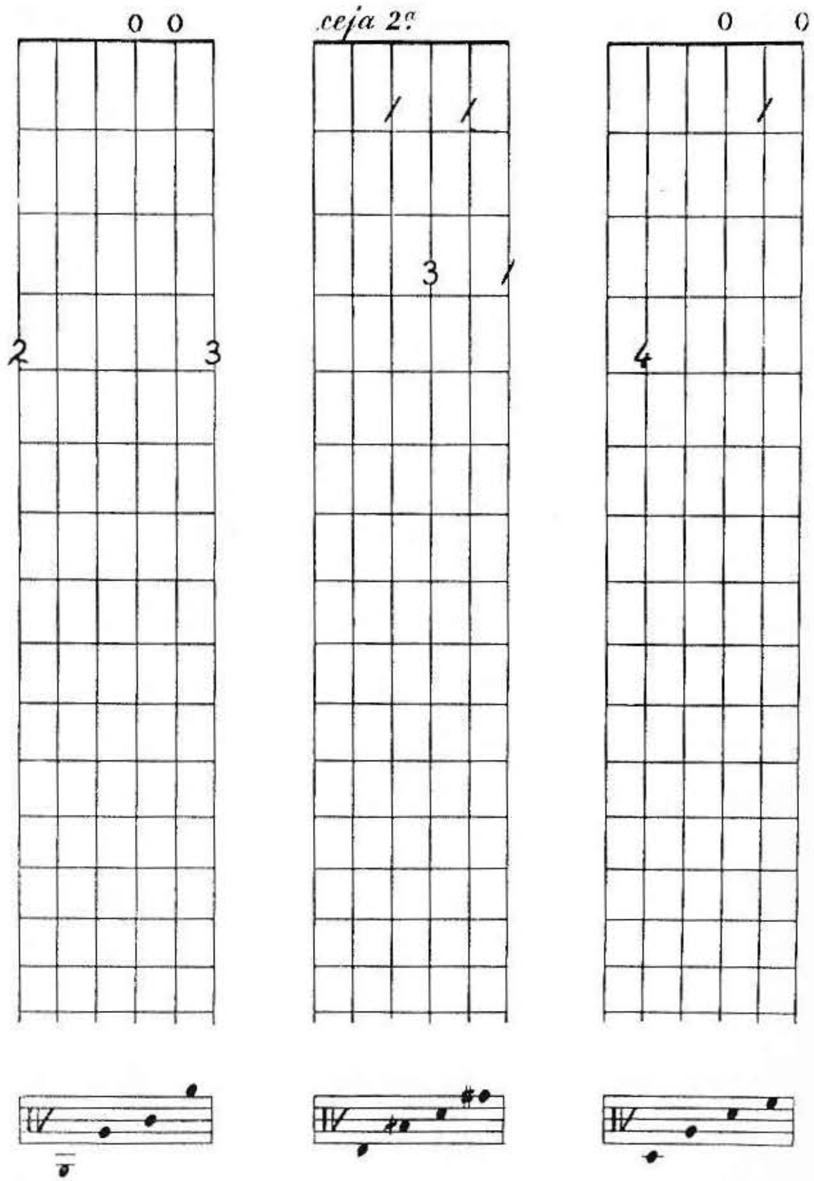
Fa♯ menor



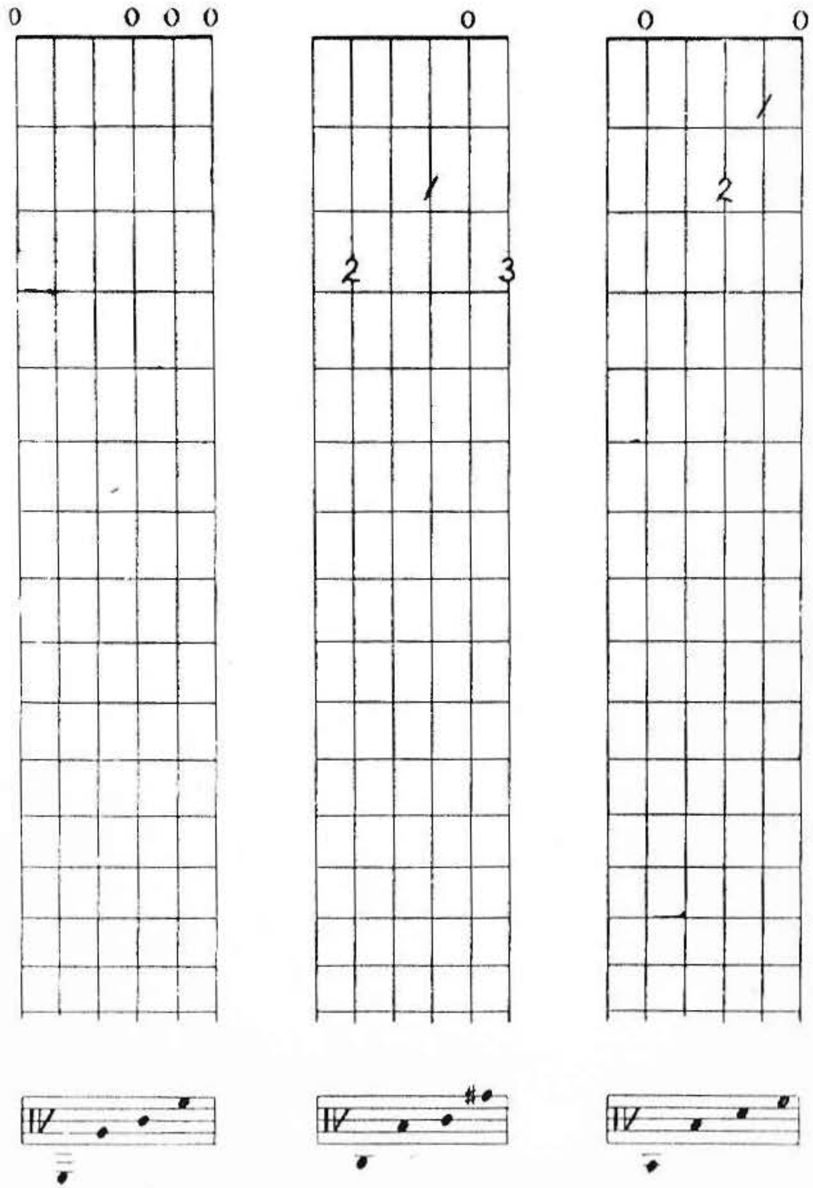
Re mayor



Si menor



Sol mayor



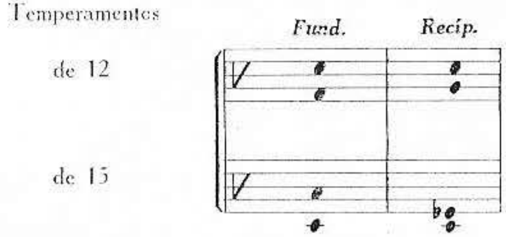
Mi menor

Conocidos los anteriores acordes, procúrese empezar haciendo combinaciones armónicas sencillas. Mostramos un ejemplo en el que sirve de base el acorde mayor en do, alternándolo con sus respectivos relativos mi y la.

PEQUEÑO PRELUDIO

Fusión de los Temperamentos de 12 y 15 sonidos

Los temperamentos de 12 y 15 tienen sonidos comunes en unos casos, y, en otros, complementarios entre sí; por lo tanto, podemos unirlos en diferentes formas, obteniendo nuevas sonoridades. Por ejemplo, el sistema de 12 proporciona una cuarta, imitación del 4/3; con el de 15 se obtiene el 5/3, sexta; intervalos con los que podemos construir la tercera escala fundamental del metro 2/1 en muy buenas condiciones armónicas, y que, junto con su respectiva escala recíproca, proporciona la siguiente escala compleja de relaciones sencillas:



Siendo la octava común en ambos temperamentos, podemos desarrollarla de acuerdo con sus posiciones regulares:

Temperamentos

de 12

de 15

Además, se significa por su perfección, puede decirse, la tercera escala fundamental del metro 16/9, séptima-disminuída, que junto con su respectiva recíproca-gradual a la octava, proporciona:

Temperamentos

de 12

de 15

Como ejemplos de acordes más cerrados de la octava mostraremos los siguientes:

Temperamentos

de 12

de 15

Estos acordes sólo podemos obtenerlos en aquellos lugares donde coincidan ambos temperamentos, es decir, en las octavas y terceras; sin embargo, es tal su abundancia que resulta relativamente fácil entrelazarlos.

Cuando sean tocados los dos sistemas musicales en conjunto, úsese un diapasón común para el do.

Temperamentos complementarios

Estudiando las posibilidades musicales fuera de las relaciones sencillas, no debemos pasar inadvertidas las progresiones geométricas de 14 y 16 sonidos en la octava.

Temperamento de 16 sonidos

El temperamento de 16 sonidos tiene características interesantes: el *punto* sería ahora representativo del 25/24; la tercera substituiría al 31/25, intervalo estrechamente ligado a la quinta escala fundamental del 2/1, igual que el 13/10 del que tendríamos una imitación aceptable.

El 31/25 forma con el 37/25 una escala fundamental que puede dar base a este temperamento. El acorde mayor, empleando el 31/25 o el 13/10 como terceras, puede ser de utilidad. El valor 1.756, aproximándose al 7/4, sobresale bellamente. Producen extrañeza sus intervalos de segunda; para obtener la imitación del 10/9 necesitaríamos llegar a la serie de 32 sonidos en la octava, lo que destruiría sus facilidades prácticas.

El sistema de 16 sonidos posee de común con el temperamento de 12 sus terceras-disminuídas, cuartas-aumentadas y sextas. Su organización musical tendría como base los siete grados. La escritura y demás signos serían iguales a los usados en el sistema de 12, substituyendo únicamente lo que se refiere a las gráficas del sostenido, doble-sostenido, bemol y doble-bemol, empleándose éstos como lo hemos indicado en el temperamento de 15.

En un piano acondicionado para este temperamento de efectos tranquilos, místicos, fueron afinadas cuatro octavas sucesivas con el teclado que representa la figura 22.*

* Colaboraron en este estudio los maestros Luis G. Saloma y Estanislao Mejía. Afinó el señor Carlos López, de acuerdo con los sonómetros respectivos. La experimentación fué realizada en 1923.

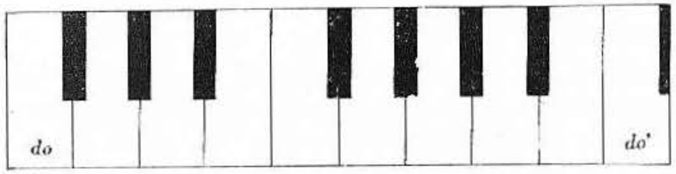


Figura 22

Teclado usado para el temperamento de 16 sonidos.

Temperamento de 14 sonidos

En el temperamento de 14 sonidos la escala de los grados está representada por los valores siguientes:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do'
1	121/98	9/7	14/11	11/7	18/11	99/49	2/1

Además de estas relaciones, que pueden considerarse reales en este sistema musical, obtenemos como representativo del *punto* el 21/20, intervalo de manifiestas cualidades armónicas, empleándolo como escala cromática, en trinos o en su función de segunda-disminuída. Las terceras-disminuídas 7/6 y 11/9, y la sexta-disminuída 14/9 que ofrece este temperamento son de utilidad musical.

El intervalo de segunda podemos interpretarlo, igualmente, como 11/10; el de sexta, 12/7, y 40/21 la séptima; lo que nos llevaría a considerar también la escala de los grados en esta forma:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do'
1	7/6	9/7	14/11	11/7	12/7	40/21	2/1

Substituyendo la sexta 12/7 por la sexta-disminuída 14/9 obtenemos una escala compleja impresionante en efectos patéticos.

El temperamento de 14 sonidos tiene de común con el sistema de 12 sus cuartas-aumentadas. Aunque no supera el ordenamiento de este temperamento, juzgándolo dentro de las relaciones sencillas, es indudable que la progresión geométrica de 14 sonidos, en la octava, proporciona intervalos sumamente interesantes desde otro aspecto musical.

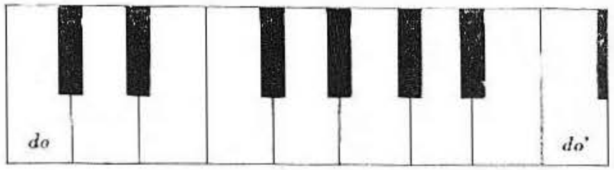


Figura 23

Teclado para el piano u órgano del temperamento de 14 sonidos.

Los temperamentos de 12, 14, 15 y 16 sonidos son complementarios entre sí para obtener imitaciones de los primeros intervalos en música. No obstante sus cualidades armónicas, ninguno de ellos proporciona el 10/9; para obtenerlo necesitamos emplear la progresión geométrica de 13 sonidos.

Los 13 sonidos en la octava entregan el 10/9 y el 9/5 casi perfectos; no obstante, es el más pobre de estos temperamentos, aisladamente; en conjunto es de utilidad.

Al tratar sobre el temperamento de 15 sonidos indicamos la forma de combinarlo con el sistema de 12; de igual manera podemos tocar simultáneamente los temperamentos de 12, 13, 14, 15 y 16 sonidos. El enlace de estos cinco temperamentos proporciona imitaciones a algunos de los acordes anotados en el Capítulo Primero, página 44, los cuales pueden servir de guía.

Figura 24

Sonómetro construído para los temperamentos de 13, 14, 15 y 16 sonidos en la octava.

Sistemas musicales no temperados

Los sistemas musicales con valores desiguales entre sí tienen como base los *cuadros armónicos.*

En un cuadro armónico que tuviere como base la tercera escala fundamental y respectiva recíproca del metro 2/1, y en el que partiendo de cualquier intervalo extremo se pudiere tocar la misma escala compleja, se necesitarían 13 sonidos en la octava:

1	6/5	4/3	3/2	5/3	2/1
6/5	36/25	8/5	9/5	2/1	12/5
4/3	8/5	16/9	2/1	20/9	8/3
3/2	9/5	2/1	9/4	5/2	3/1
5/3	2/1	20/9	5/2	25/9	10/3
2/1	12/5	8/3	3/1	10/3	4/1

En este caso estaríamos trabajando con las relaciones 10/9, 9/8, 6/5, 5/4, 4/3, 25/18, 36/25, 3/2, 8/5, 5/3, 16/9, 9/5 y 2/1, adquiriendo de esta manera las cinco posiciones regu-

lares de la escala compleja, 1, 6/5, 4/3, 3/2, 5/3, 2/1, teniendo como fundamental el 1.

Sirviendo de base la cuarta escala fundamental y su recíproca, se necesitan 25 sonidos dentro de la octava, formando así el cuadro armónico siguiente:

1	8/7	5/4	4/3	3/2	8/5	7/4	2/1
8/7	64/49	10/7	32/21	12/7	64/35	2/1	16/7
5/4	10/7	25/16	5/3	15/8	2/1	35/16	5/2
4/3	32/21	5/3	16/9	2/1	32/15	7/3	8/3
3/2	12/7	15/8	2/1	9/4	12/5	21/8	3/1
8/5	64/35	2/1	32/15	12/5	64/25	14/5	16/5
7/4	2/1	35/16	7/3	21/8	14/5	49/16	7/2
2/1	16/7	5/2	8/3	3/1	16/5	7/2	4/1

Un cuadro armónico más amplio tendría como base la escala compleja que ofrece la quinta escala fundamental y respectiva recíproca; lo constituyen 38 sonidos dentro de la octava:

1	10/9	6/5	5/4	7/5	10/7	8/5	5/3	9/5	2/1
10/9	100/81	4/3	25/18	14/9	100/63	16/9	50/27	2/1	20/9
6/5	4/3	36/25	3/2	42/25	12/7	48/25	2/1	54/25	12/5
5/4	25/18	3/2	25/16	7/4	25/14	2/1	25/12	9/4	5/2
7/5	14/9	42/25	7/4	49/25	2/1	56/25	7/3	63/25	12/5
10/7	100/63	12/7	25/14	2/1	100/49	16/7	50/21	18/7	20/7
8/5	16/9	48/25	2/1	56/25	16/7	64/25	8/3	72/25	16/5
5/3	50/27	2/1	25/12	7/3	50/21	8/3	25/9	3/1	10/3
9/5	2/1	54/25	9/4	63/25	18/7	56/25	3/1	81/25	18/5
2/1	20/9	12/5	5/2	14/5	20/7	16/5	10/3	18/5	4/1

Estos cuadros armónicos son de los más sencillos que podemos usar; sin embargo, hay que llevarlos a la práctica para apreciar sus grandes dificultades. Dando por subsanados los obstáculos que presenta su afinación, el compositor debe preocuparse constantemente por definir su fundamental, de acuerdo con lo que pretenda crear. Es algo desesperante, al hacer música, encontrarnos con que al partir de ciertos sonidos no se pueden obtener los recursos que otros facilitan.

Cualquiera de los anteriores cuadros armónicos es más difícil en la práctica que usar el temperamento de 53 sonidos, y fisiológicamente, con los intervalos en su real valor, no obtendríamos mejores efectos musicales.

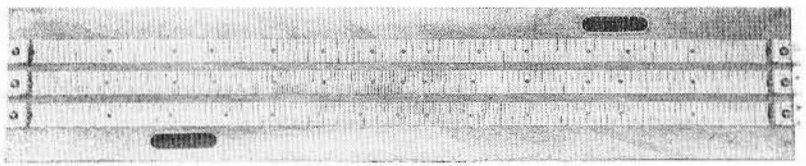
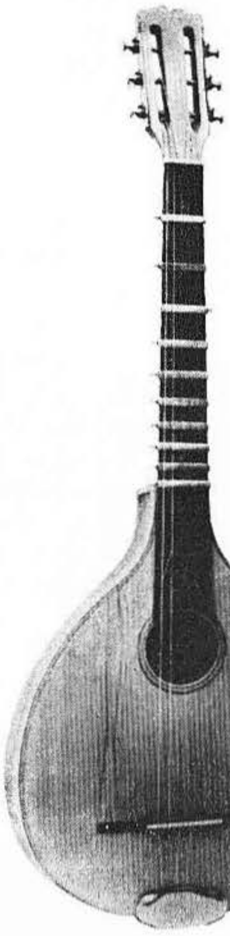


Figura 25

Una de nuestras cajas de afinación; en sus diferentes secciones están precisados los primeros intervalos en el orden armónico, la dieciseisava escala fundamental del 2/1, y las progresiones geométricas de 19, 22, 41, 53, 58, 60, 64, 72, 84 y 130 sonidos dentro de la octava, pudiéndose estudiar, naturalmente, las series submúltiples.

La figura 26 muestra un instrumento musical cuyos trastes son movibles, fijándolos por medio de un pequeño tornillo adaptado a uno de sus extremos; este instrumento resulta práctico para estudiar series de corto número de sonidos. En el grabado está determinada la décima escala fundamental del metro 2/1; aunque en esta forma no se puede llegar a una exactitud igual a la obtenida en las cajas de afinación, los resultados son

suficientes para tener una idea clara sobre los intervalos deseados. Al margen indicamos las longitudes de los trastes.



24″ fundamental
21.818
20
18.461
17.143
16
15
14.118
13.333
12.631
12″ octava

Figura 26

Laúd con la décima escala fundamental.

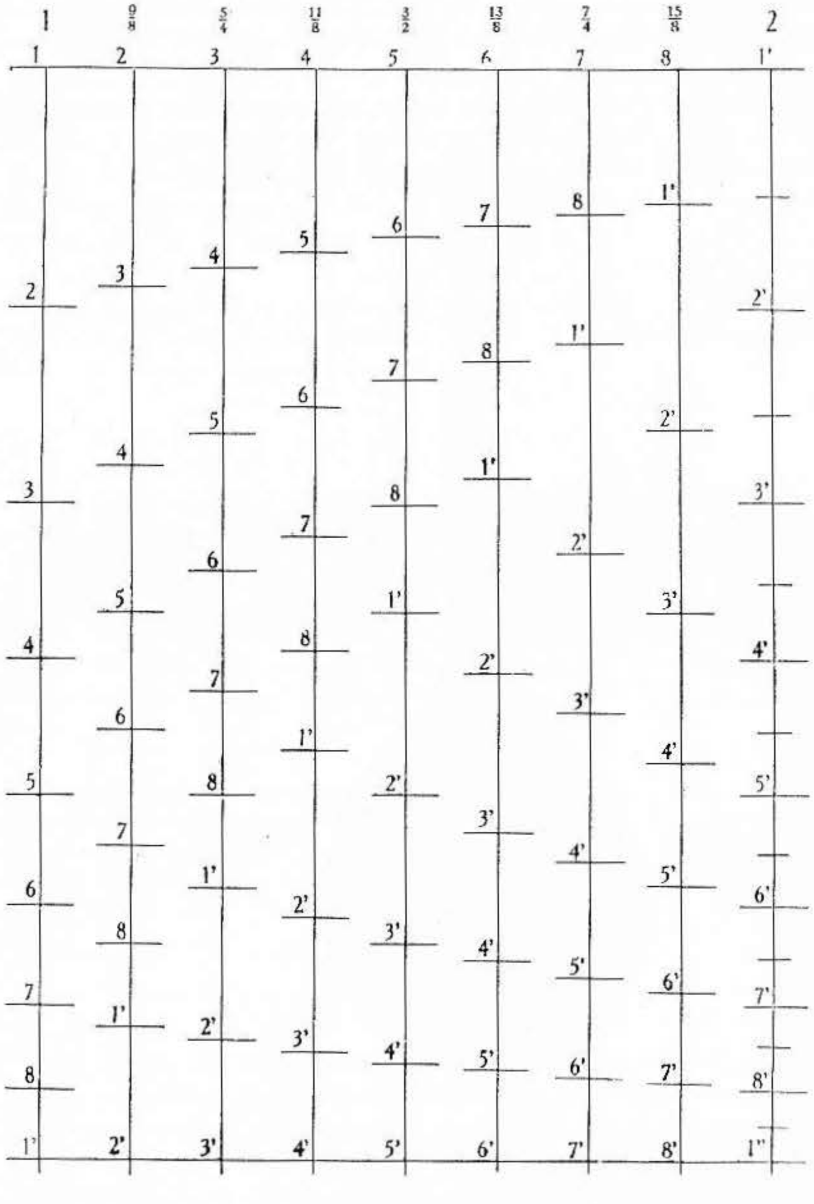


Figura 27

En la figura 26 la décima escala fundamental sólo puede obtenerse partiendo, en el orden indicado por los trastes, del uno al undécimo. Para tocar los respectivos intervalos de la décima escala fundamental en las diversas cuerdas, tendríamos necesidad de reproducir algo semejante a las gráficas de la figura 27, en la que está señalada la octava escala fundamental, y en la última cuerda, la décimasexta. El grabado indica tan sólo la mitad de las cuerdas.

Fuera de la relación 2:1

La relación 2:1 se caracteriza por carecer de pulsaciones; por lo tanto, al usar una octava con pulsaciones, nos hemos apartado de dicha relación.

En el Capítulo Tercero, al tratar sobre los ocho grados de afinación del temperamento de 12 sonidos, sólo la primera afinación es representativa del 2:1, llegando a la octava afinación con un intervalo de octava 20035:1, obteniendo entonces el intervalo de quinta, 3/2, sin pulsaciones; así como en el temperamento de 15 sonidos, la octava afinación tiene por base la sexta, 5/3; y en el temperamento de 29 lo es la cuarta, 4/3, ambos sin pulsaciones.

En estos casos se ha conservado el intervalo de octava no como relación 2:1, sino como una octava variable desde 2:1 hasta 20035:1. Dentro de las útiles afinaciones del temperamento de 12 sonidos está la afinación octava, que tiene como base el 3:2 y no el 2:1.

De lo expuesto se llega a la conclusión que cualquier intervalo que reúna cualidades físico-musicales puede servirnos para cimentar un sistema musical.

Mostraremos unos ejemplos para corroborar la anterior afirmación, sirviéndonos primero del 14/9.

El 14/9, considerado como relativo del 4/3, constituye el acorde quebrado 1, 4/3, 14/9, siendo su recíproco, 1, 7/6, 14/9, y escala compleja resultante, 1, 7/6, 4/3, 14/9. Para obtener buenas imitaciones a estos intervalos necesitamos emplear la serie que proporciona la 53ª raíz de 4.

Desarrollando el 14/9 como absoluto formaríamos su segunda escala fundamental: 1, 23/18, 14/9; recíproca, 1, 28/23, 14/9; escala compleja, 1, 28/23, 23/18, 14/9, igual a 1, 1.2174, 1.2778, 1.5556. El temperamento de 14 sonidos en la octava proporciona aproximaciones a estos intervalos; en este caso el 2/1 está en un plano secundario.

Como otro ejemplo en el cual no usaríamos la relación 2/1 nos serviremos de la escala fundamental 1, 5/2, 4/1. Su recíproca es 1, 8/5, 4/1; siendo la escala compleja resultante, 1, 8/5, 5/2, 4/1. Para desarrollar esta escala con aceptables aproximaciones, es necesario usar el temperamento de 53 sonidos dentro de la relación 4/1:

°1	1.0265	1.0537	1.0816	1.1103	1.1397	1.1699	1.2009
1.2327	1.2654	1.2989	1.3334	1.3687	1.4050	1.4422	1.4804
1.5197	1.5599	°1.6013	1.6437	1.6873	1.7320	1.7779	1.8250
1.8734	1.9230	1.9740	2.0264	2.0300	2.1352	2.1918	2.2498
2.3094	3.3706	2.4314	°2.4980	2.5642	2.6320	2.7018	2.7734
2.8470	2.9224	2.9998	3.0794	3.1610	3.2448	3.3308	3.4190
3.5096	3.6026	3.6980	3.7960	3.8966	°4		

empezando así a hacer música de acuerdo con los lineamientos de la *segunda serie armónica.*

APÉNDICE

NOTAS COMPLEMENTARIAS

I

Antecedentes

Finalizando 1932 terminé de escribir este libro. En el año siguiente, la Universidad Autónoma de México, siendo Rector el ingeniero Roberto Medellín, y Director de la Facultad de Música el profesor Estanislao Mejía, publicó un folleto con algunos de mis *Estudios Armónicos* y reglas sobre afinación, lo que me alentó a dar los pasos necesarios para la publicación de mis trabajos en música. Pero volvió, entonces, a preocuparme un viejo problema que creí haber resuelto; pensé que me bastarían unos cuantos meses para llevarlo a la práctica. Han pasado varios años, y no fué sino hasta 1948, cuando pude encauzar de nuevo mis labores sobre este libro.

En breves palabras expondré algo de la experimentación realizada y sus antecedentes.

Desde el principio de mis trabajos relacionados con los nuevos temperamentos musicales, me fué necesario pensar en la manera de accionar mayor número de sonidos dentro de la octava, en forma práctica, por medio de un teclado. Empecé a realizar lo que consideré un *dedo mecánico* valiéndome de una pequeña estrella hexagonal, en tal forma dispuesta, que al girar hería las cuerdas con sus ángulos. No fué más que un experimento sin resultados prácticos.

La mente trabaja muchas veces ajena a nuestra voluntad: Unos años después, cuando creía haber olvidado ese proyecto, volví a pretender realizarlo, haciendo funcionar el dedo mecánico por medio de un pistón, impulsado con aire comprimido;

el resultado musical fué nulo: después de construir el aparato y hacerlo funcionar resultó muy ruidoso.

Tampoco di importancia a este fracaso. Pasó el tiempo. Como la vez anterior, cuando menos pensaba en este asunto, me vino la idea de que podía realizarlo empleando corriente eléctrica. Este trabajo fué más laborioso. Construí una serie de electroimanes adecuados; resolví la forma de dar intensidad al sonido con presionar más o menos el teclado, no encontrando dificultad en las notas del centro y bajos del piano; pero las notas agudas presentaban grandes obstáculos. Necesitaba hacer mayor número de experimentos. Como este trabajo me había resultado muy costoso, y no disponiendo de medios para seguir adelante, lo dejé en suspenso; no obstante, recuerdo siempre el bello efecto que se obtiene al hacer vibrar una cuerda sin contacto alguno.

Seguí en mis investigaciones musicales algunos años más. Cuando terminaba de ordenar este libro, volvió esa antigua idea. Tuve una visión más exacta de lo que pretendía hacer. Realicé el dedo mecánico en madera. En un piano puse una cuerda acondicionada para ese fin, y casi sin dificultad, puede decirse, funcionó bien. Creí resuelto el problema; pensé que en poco tiempo podría realizarlo debidamente en todos los sonidos que necesitaba.

Años antes había construído una caja acústica para un estudio en relación con el temperamento de 53 sonidos, figura 18, página 197, que se caracteriza por estar las condiciones acústicas independientes de la resistencia necesaria para soportar la tensión de las cuerdas; este principio me serviría ahora para lo que pretendía hacer.

Considerando, además, que sería más práctico fijar el temperamento de 12 sonidos en la octava en ese instrumento, antes de emplear mayor número de sonidos, dejé para más tarde los problemas naturales que esto acarrearía.

Comencé por recortar, agregar y acondicionar lo mejor que pude el arpa de un piano; al terminar tuve esta exclamación: ¡qué mal se ve y qué mal se oye!

Tracé una nueva arpa; ya fundida resultó con grandes defectos. Después de hacer las modificaciones necesarias, la fundición salió sumamente deficiente, habiéndose roto el modelo.

Por cuarta vez empezaba el trabajo. Preparado el modelo y hecha la fundición, se vió que el arpa tenía buen sonido, pero había sido fundida demasiado caliente por una parte, y las aleaciones empleadas, por otra, dieron como resultado que estaba cristalizada, es decir, que al menor golpe se rompería, y así fué al tratar de acondicionarla para ponerle las cuerdas.

Hice una arpa más, siendo la primera que pude montar en la armazón de un piano; esta vez obtuve algunos registros con bastante musicalidad, pero otros sumamente deficientes; el deseo de igualar estas notas con las que habían salido bien, me hizo seguir adelante.

Después de hacer dos arpas más con resultados negativos, me dije: no pienses ya en el piano, trata de proceder sin tener en cuenta lo establecido; si continúas teniendo como norma un piano, tus resultados serán similares a él.

Volví a estudiar la caja acústica que me servía de base; tracé las longitudes y diámetros de cuerdas, considerando, a la vez, la tensión a que se sujetarían, teniendo en cuenta los buenos resultados que había obtenido con anterioridad en otros aparatos musicales, y desde este punto de vista construí la nueva arpa. Por primera vez obtuve igualdad en todos sus respectivos registros; el sonido era armonioso y prolongado.

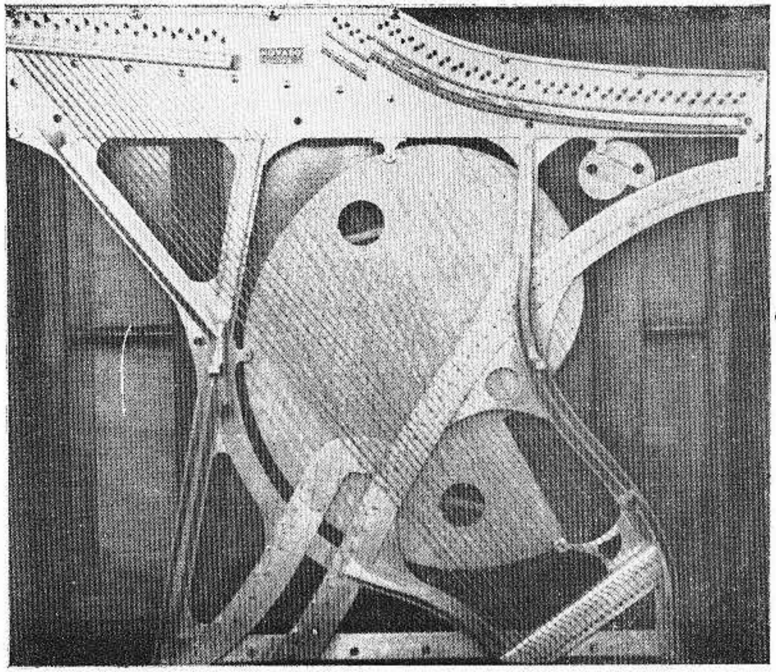
Habían pasado algunos años de constante labor; tenía listo el instrumento que haría sonar con el dedo mecánico; empecé a preparar éste cuidadosamente.

Una cosa fué hacer un experimento aislado con buenos resultados, y otra era el tratar de hacerlo en toda la extensión de sonidos que se requieren para hacer música. Después de un sinnúmero de experimentos llegaba a la conclusión de que el dedo mecánico sería todo lo perfecto que yo quisiere en teoría; pero en la práctica presentaba muchas deficiencias y podría pasarme toda la vida tratando de corregirlas.

No obstante estas contrariedades, me alentaba el hecho de que ya fuera por un camino u otro, había construído el instrumento musical que hacía tiempo deseaba; la forma de accionarlo, pensé, sería otro asunto.

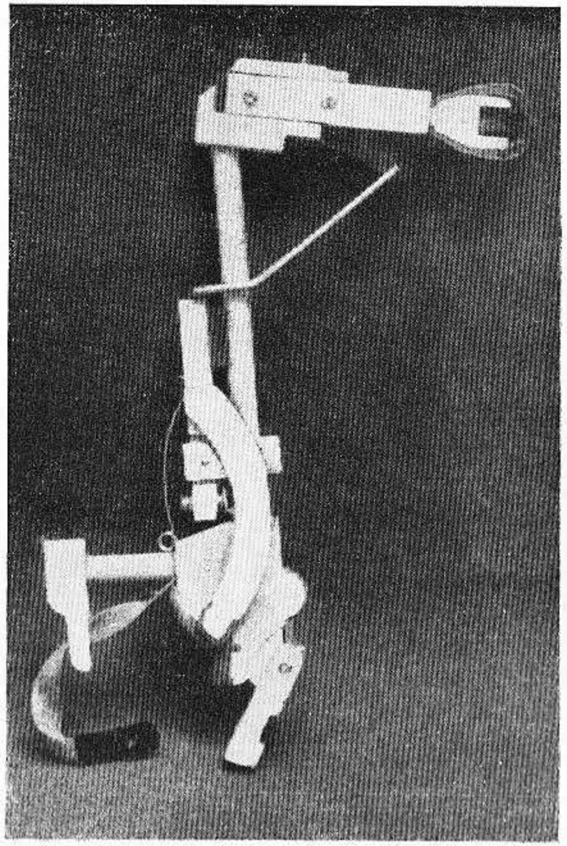
Este instrumento tenía una sola cuerda para cada sonido. Para tocarlas debidamente por medio de un teclado construí, entonces, un martinete especial, sumamente duro y flexible; dió buen resultado. En 1939 se daban los primeros conciertos privados por Emiliana de Zubeldia con éxito halagador. *

A este instrumento lo denominé *novaro-clave*. Algunos amigos me animaban a presentarlo públicamente; pero deseando, cuanto antes, construir el instrumento de tres cuerdas, dediqué mi atención a este asunto. Si logré un éxito acústico y musical empleando una cuerda para cada sonido, me pareció fácil construirlo con tres; estuve equivocado, los problemas que se presentaron fueron de índole diversa.



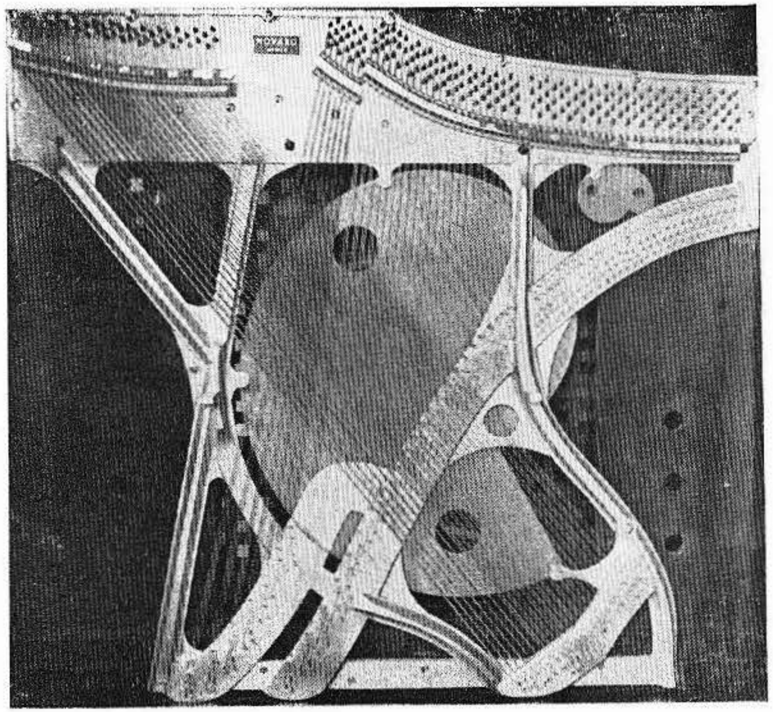
Interior del novaro-clave.

* Desde 1937 Emiliana de Zubeldia ha creado obras musicales de acuerdo con la teoría expuesta en este libro, y colaborado en la presentación del novaro-clave y del novar, interpretando obras de los clásicos.



Uno de los últimos experimentos para puntear las cuerdas del novaro-clave y poder así dar intensidades.

Una vez hecho el modelo que se requería, el resultado musical que obtuve era parecido al de un instrumento de una cuerda; no obstante, para hacer sonar las tres cuerdas no me servía el martinete construído para el novaro-clave. Además, tuve que



Interior del novar, nombre puesto al instrumento de tres cuerdas. *

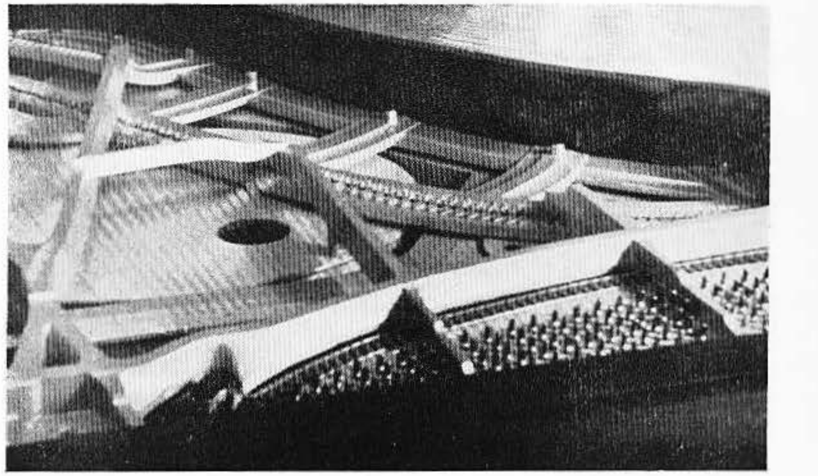
empezar una serie de trabajos respecto a maquinaria y ajustes que no eran precisamente problemas, pero que representaban contratiempos para mí. Cuando estaba más atareado en estos trabajos, tuve necesidad de acostar el aparato en el suelo, y al recibir un golpe, se rompió el arpa; había sido fundida con el

* En los trabajos de ebanistería de estos instrumentos musicales colaboró el señor Isaac Morales Ortega desde 1938.

metal demasiado caliente, defecto notado con anterioridad; no obstante, juzgué conveniente probarla.

Volví a empezar, logrando al fin éxito; el nuevo instrumento musical estaba terminado; por entonces no deseaba algo mejor. Me faltaba tan sólo un detalle: barnizarlo; procedí a hacerlo. El resultado fué desastroso: el sonido adquirió un timbre sumamente metálico que no me agradaba.

Este problema me llevó varios años más; fueron muchos los experimentos, hasta lograr un barniz que no perjudicara el sonido, más bien lo mejoraba.



Sección interior del novar horizontal. *

* No habría sido posible construir el novar, en estos años de costosa experimentación, si no es por la generosa ayuda de mi hermano Luis. Asimismo, a mi hermana Blanca, profesora en Física, debo su cooperación en los estudios teóricos que más tarde me facilitaron la construcción de estos instrumentos musicales.

La realización del dedo mecánico quedó en suspenso; pero en cambio se crearon nuevos instrumentos musicales que servirán de base para otros más en la evolución de la música.

II

Lo que representa el novar

Como referencia histórica, el novar representa una evolución del pianoforte, superando al antiquísimo salterio en sus cualidades musicales.

El salterio sirvió de base para construir el clavicordio hace varios siglos; entonces se obtuvo mayor número de sonidos y la facilidad de tocarlos, empleando un teclado similar al del órgano; pero se perdió musicalidad y la forma de matizar.

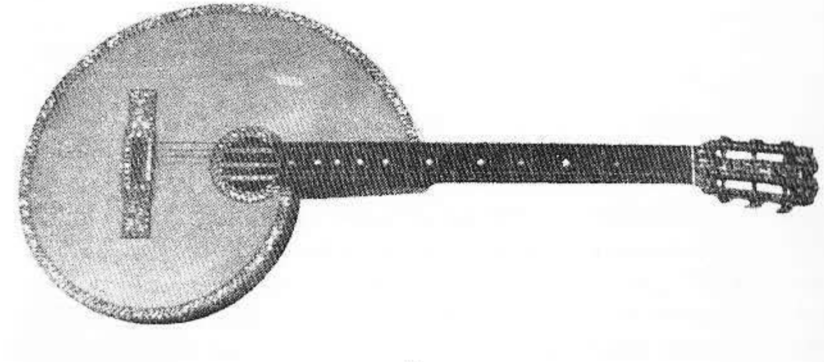
Después, Cristófori, aprovechando las condiciones acústicas del clave, creó el pianoforte; cambiando el ataque de las cuerdas de punteo en percusión, por medio de martinetes parecidos a los usados en el címbalo, especie de salterio que se tocaba con unas motitas de cuero puestas en el extremo de largas varillas de madera.

El paso siguiente de trascendencia en la historia del piano fué el resultado de los pacientes trabajos de Erard, los cuales sirvieron de base para llegar al perfeccionamiento del mecanismo actualmente en uso.

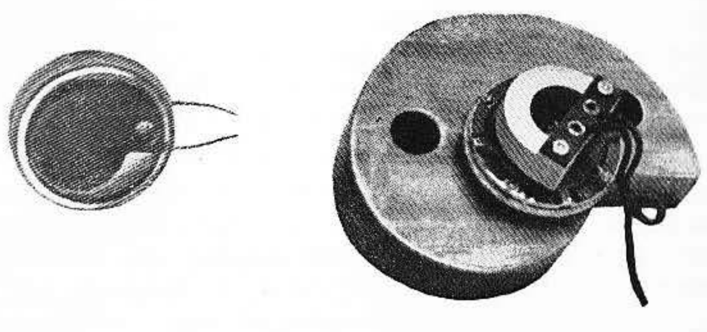
En el novar se conservan las facilidades mecánicas que representa el piano; pero se han cambiado radicalmente sus condiciones acústicas, modificando, a la vez, la forma del arpa, diámetro y longitud de cuerdas.

Desde el punto de vista de la teoría expuesta en este libro, el novar es tan sólo una aplicación de las escalas fundamentales en uno de sus aspectos. En la página 49 puede apreciarse la grá-

fica de la segunda escala fundamental, en su aplicación acústica, que sirvió para estas realizaciones, y que, indudablemente, servirá para la construcción de otros instrumentos musicales.



1



2

1.—Caja acústica acondicionada para colocar los trastes del temperamento de 12 sonidos; su longitud de cuerdas y afinación es la misma de la guitarra expuesta en la figura 10, página 87. 2.—Grabados que representan la aplicación de las escalas fundamentales al teléfono y a las bocinas para radio, obteniendo mayor naturalidad perceptiva. *

* En esta experimentación colaboró mi hija Rosa María, así como en las audiciones privadas con el novar, interpretando diferentes obras musicales.

III

Diversidad de opiniones

Hace como tres mil años que se discute en occidente sobre música. Se atribuye a Pitágoras haber precisado las relaciones 3/2 y 4/3. Dentro de este camino ha habido una legión de especuladores que, puede decirse, no han dejado intervalo por juzgar. Recuerdo ahora a Ptolomeo, Guido d'Arezzo, Euler, Fourier, Rameau, Helmholtz; todos ellos creyeron, en una u otra forma, que la música debía regirse por relaciones sencillas.

En aquellos tiempos otros pregonaban que la música debía interpretarse con intervalos iguales entre sí. En Grecia se empezaba a teorizar sobre los doce sonidos. Parece ser que eran ya conocidos en China, no obstante su escala pentáfona en uso. En Arabia, Mesháqah y Zarzal estudiaban el cuarto de tono. Zarlino trató sobre el mismo asunto. De aquella época a nuestros días no han sido pocos los investigadores: Woolhouse pretendía 19 sonidos dentro de la octava; Sauveur, 43; Estéve, 55; Chevé, 29; Henfling, 50; Huyghens, 31; Mercator, 53; Yasser, 19; los indos practican 22 sonidos; en Java, 5; Busoni pretende tercios de tono; Mayer, Hába y Barth, cuartos de tono; Barbieri, octavos de tono; Carrillo, dieciseisavos de tono; llegando a Ellis con el centésimo de tono.

Agréguense cien nombres a los mencionados, y se tendrá una idea más aproximada de los que han tratado sobre asuntos musicales, en su aspecto evolutivo. En la "New York Public Library" anoté como cuatrocientos autores cuyos trabajos en música habría que revisar. *

* En esta búsqueda me fue de grande utilidad la colaboración del señor Ignacio Morán, quien puso especial empeño para que mi viaje a los Estados Unidos me fuera provechoso.

Espero que este libro venga a poner de acuerdo tantas opiniones, pues considero que los conceptos armónicos y sus aplicaciones prácticas en música deben estar ya fuera de toda discusión.

Es de extrañarse que no se hubiera llegado hasta hoy a una finalidad teórica y práctica tan sencilla, en esencia, como lo tratado en este libro; ha faltado una teoría armónica general, aplicable, después, a la música.

El uso de diversos temperamentos depende de lo que pretendamos hacer y de nuestras posibilidades prácticas. Los ejemplos expuestos en el Capítulo Cuarto pueden servir de guía para determinar sus cualidades armónicas y organización musical; pero ningún temperamento, no importa el número de sonidos que comprenda, podrá servir nunca de base a la armonía infinita.

IV

Referente a afinación

El temperamento de 12 sonidos, actualmente en uso en occidente, no ha sido impuesto por ningún físico famoso o músico eminente, lo impuso el pueblo: los laudistas italianos, y más aún los vihuelistas españoles, impacientes por no obtener facilidades prácticas para expresarse en música y acompañarse en la danza, optaron, sin más teorías, por usar un sistema que les permitiese satisfacer su anhelos.

Empíricamente empezó a usarse el temperamento de 12 sonidos y en la misma forma se ha continuado. Físicos y músicos no han podido llegar a un entendimiento acerca de cómo debe afinarse.

Los afinadores de pianos, a su vez, ajustan como les parece los intervalos del temperamento, y puede decirse que hay tanta variedad de afinaciones como afinadores.

El problema es más complejo en la orquesta: hay instrumentos afinados en forma más o menos temperada; otros con intervalos de relaciones sencillas, y otros más cuya afinación es convencional. En la orquesta es donde se manifiesta con mayor claridad el hecho de que tenemos dos maneras de oír la música: una, lo que creemos oír, y otra, lo que realmente se oye. En el primer caso, nos sugestiona el ritmo, la melodía, los diferentes timbres que concurren en una obra que, producida en la orquesta, el cerebro humano corrige notablemente; pero nuestra sensación es distinta cuando eliminamos los factores que nos sugestionan, y escuetamente se juzga lo que en realidad se produce.

No es posible adelantar debidamente en música si no se conocen primero, en toda su exactitud, los intervalos que se usen. Espero que lo anotado en el Capítulo Tercero, sobre afinación, sirva para iniciar un conocimiento mejor del temperamento de 12 sonidos. La primera afinación representa el deseo de Bach, cuando dice en algunas de sus obras: "para clave bien temperado"; la octava afinación es el sueño de Aristógenes hecho realidad. Entre estos extremos, estúdiese la afinación quinta, por su majestuosidad, y la sexta, por su característico colorido. *

V

Respecto a armonía

Igual que en la afinación, la parte armónica en la música ha sido constante desacuerdo entre físicos y músicos, sin contar las continuas discusiones de músicos entre sí.

La historia de la armonía comprende épocas tan remotas que es imposible conjeturar siquiera su punto de partida; la combinación simultánea de dos sonidos, intuitivamente lograda, se pierde en la obscuridad.

* Al oir en el novar, con la sexta afinación, música de Debussy, interpretada por Vilma Erenyi, exclamó Manuel Medina y Alvarado: "no es posible imaginar, ni en el mundo fantástico del opio, que pueda oírse nada semejante a la realidad escuchada".

Sirios y babilonios usaban ciertos procedimientos. Los griegos empezaron a fijar conceptos más precisos; usaron una sucesión de seis sonidos; después, de siete. Posiblemente trataron de precisar la escala: 1, 9/8, 81/64, 4/3, 3/2, 27/16, 243/128, 2/1, haciendo música con bastante amplitud. En cierta forma, estos valores representarían, después, las antiguas teclas blancas del órgano.

Más tarde, tratando de obtener las mismas o aproximadas relaciones tomando como fundamental cualquier sonido de la escala, fué relativamente fácil, aunque lento su proceso, aumentar el número de los siete sonidos. Por esta exigencia empezaron a usarse, poco a poco, los cinco sonidos que corresponden a las teclas negras.

Hace siglos, de la experiencia adquirida, se formó el primer tratado de armonía. Viene después alguien que, no conforme con lo establecido, intuitivamente empieza a innovar. Primero es juzgado con rudeza; pero cuando se imponen sus obras, teóricos y músicos reforman los procedimientos anteriores.

Este hecho se ha repetido constantemente en la historia de la música, y es así como hasta la fecha se ha ido, paso a paso, adelantando en armonía.

Ya es tiempo de que los principios armónicos queden establecidos definitiva y claramente. Espero que lo expuesto en el Capítulo Primero contribuya a lograrlo; sólo de esta manera podrá adelantarse firmemente en música, y verla con los amplios horizontes que presenta como ciencia y como arte.

A. NOVARO

Tacubaya, D. F., 1949.

ÍNDICE

TERCERA PARTE

Caminos Diversos

CAPÍTULO CUARTO.—*Diferentes sistemas musicales.*

APÉNDICE.—*Notas Complementarias.*

ACABÓ DE IMPRIMIRSE ESTE LIBRO EN MARZO DE 1951, EN LA EDITORIAL DE MANUEL CASAS